

# 云南财经大学硕士研究生

## 高等代数 入学考试大纲

本大纲适用于硕士研究生《高等代数》科目的入学考试，考试参考书目为：1. 张禾瑞、郝鈞新主编，《高等代数》，高等教育出版社，2007年6月第五版；2. 北京大学数学系代数小组主编，《高等代数》，高等教育出版社，2013年8月第四版。

《高等代数》的考试目的在于考核考生对《高等代数》课程的基本理论体系和知识结构的掌握情况及熟练程度，检测考生抽象思维、逻辑推理能力、计算能力，以及综合运用知识点解决问题的能力，由此来达到判断考生是否具有进一步深造的基本素质和培养潜力。

### 第一章 多项式

多项式理论是高等代数的重要内容之一。虽然它在高等代数的课程中是一个相对独立而自成体系的部分，但却为高等代数所讲的内容提供了理论依据。多项式理论中的一些重要定理和方法，在进一步学习数学理论和解决问题时常常要用到。一元多项式的内容十分丰富，重点是整除与因式分解的理论。最基本的结论是带余除法定理、最大公因式的存在定理、因式分解的唯一性定理。把握这两个重点及这三个定理非常重要。

#### 一、学习要求

理解数域  $F$  上一元多项式的定义。掌握多项式的运算及运算律。理解和掌握最大公因式的概念、性质、求法。理解和掌握不可约多项式的定义及性质，理解因式分解及唯一性定理。掌握多项式函数的概念，余数定理，多项式的根及性质。熟练掌握复（实）系数多项式分解定理及标准分解式。理解有理系数多项式的分解与整系数多项式分解的关系。掌握本原多项式的定义、高斯引理、整系数多项式的有理根的性质、Eisenstein 判别法。

#### 二、考核知识点

1. 一元多项式的定义和运算
2. 多项式的整除性
3. 最大公因式
4. 多项式的分解
5. 重因式
6. 多项式函数，多项式的根

7. 复数与实数域上多项式
8. 有理数域上多项式

## 第二章 行列式

行列式是高等代数中的一个基本概念，它是在求解线性方程组的过程中得到的概念。一方面它不仅成为讨论线性方程组的有力工具，而且在求矩阵的秩、求逆矩阵、判断向量组的线性相关性以及求矩阵的特征值、判断二次型的正定性与负定性方面都至关重要。另一方面，它自身也发展成为重要的数学工具，在许多学科领域有着广泛的应用。

### 一、学习要求

理解并掌握排列、逆序数的定义。理解和掌握  $n$  阶行列式的定义。熟练掌握行列式的基本性质及其计算，熟练掌握行列式按一行（列）展开的公式，特别要熟练掌握一些基本的行列式计算方法。掌握克拉默(Cramer)法则。

### 二、考核知识点

1. 线性方程组和行列式
2. 排列
3.  $n$  阶行列式定义
4. 行列式按一行(列)展开
5. 克拉默法则

## 第三章 线性方程组

无论在科学研究领域，还是在工程技术应用中，大量的实际问题都可以划归为求解线性方程组。因此研究线性方程组的求解问题不但是代数学研究的一个重要内容，而且线性方程组的理论在数学的其他分支及其它学科领域都有着广泛的应用。本章从矩阵的秩的观点来讨论线性方程组解的存在性和解的个数问题，并得出线性方程组可解的判别法。

### 一、学习要求

掌握线性方程组消元法，会用矩阵的初等变换求向量组的秩。熟练掌握线性方程组有解的判别定理及求解。掌握齐次线性方程组有非零解的充分必要条件。

### 二、考核知识点

1. 消元法
2. 矩阵的秩

3. 线性方程组可解的判别法
4. 齐次线性方程组有非零解的判别定理

## 第四章 矩阵

行列式只能用来讨论一类特殊的线性方程组的求解问题，对于一般的线性方程组的求解，需要引进一个重要的数学工具——矩阵。矩阵理论是高等代数的主要内容之一，同时它在数学领域及经济分析、经济管理、计算机科学、工程技术等领域中有重要的应用。

### 一、学习要求

掌握矩阵的运算，正确理解和掌握可逆矩阵、伴随矩阵等概念和求法。理解分块矩阵的意义和作用。正确理解和掌握初等矩阵、初等变换等概念及其它它们之间的关系。

### 二、考核知识点

1. 矩阵的概念及运算
2. 可逆矩阵
3. 矩阵的分块
4. 初等变换及性质

## 第五章 向量空间

向量空间又称线性空间，它是线性代数的中心内容，它是几何空间的抽象和推广。把  $n$  维向量抽象成集合中的元素，撇开向量及其运算的具体含义，把集合对加法和数量乘法的封闭性运算满足的规则抽象出来，就形成了抽象的向量空间的概念，它是我们遇到的第一个抽象的代数系统，这种抽象使我们进一步研究的向量空间的理论可以在相当广泛的领域内得到应用。事实上，向量空间的理论与方法已渗透到自然科学与工程技术的许多领域，同时对于我们深刻理解和掌握线性方程组理论和矩阵代数也有非常重要的指导意义。

### 一、学习要求

掌握向量空间、子空间的概念，并会判断向量空间、子空间。理解向量组的相关性定义，并会判断向量组是否相关。会求向量空间的基和维数。会求向量在基上的坐标。向量空间的同构的意义。掌握线性方程组解的结构。

### 二、考核知识点

1. 向量空间的定义
2. 子空间

3. 向量组的线性相关性
4. 基和维数
5. 坐标
6. 向量空间的同构
7. 线性方程组解的结构

## 第六章 线性变换

线性变换反映了向量空间元素之间的一种最基本的联系，它是线性函数的推广，它从映射的角度来讨论向量空间向量之间的内在联系及向量空间的结构。高等代数里主要讨论有限维空间上的线性变换及其运算、线性变换的矩阵表示及线性变换的特征值与特征向量。线性变换与矩阵的特征值特征向量及计算是本章重要的内容之一。借助于特征值、特征向量使得矩阵的对角化问题也得以完满解决，简化了矩阵方幂计算。基的变化对与矩阵的对应关系及利用不变子空间讨论空间的分解也是本章的重点内容。

### 一、学习要求

准确理解线性变换的定义，掌握线性变换的运算。正确理解线性映射的像与核的概念及相互间的联系，并能求给定线性变换的像与核。掌握线性变换和矩阵的关系。掌握不变子空间的定义，理解本（特）征值和本（特）征向量的概念，掌握求矩阵的特征值和特征向量的方法、性质。掌握矩阵可对角化的定义、判断及方法。

### 二、考核知识点

1. 线性变换的概念和运算
2. 线性变换和矩阵
3. 不变子空间
4. 本征值和本征向量
5. 可以对角化的矩阵

## 第七章 欧氏空间

向量空间虽然是二维、三维几何空间的推广，但是几何空间中向量的度量性质，诸如长度、夹角、正交等概念在向量空间中没有体现。欧式空间正是为了弥补这一不足而引入。本章通过在实数域上的向量空间内引入内积的概念得到欧式空间，于是有了向量的长度、夹角、正交等几何概念，特别在欧式空间中引入标准正交基的概念之后，使得向量之间的运算大为

简化。

### 一、学习要求

准确理解并掌握向量的内积、欧氏空间、向量正交的概念及其基本性质。准确理解和掌握正交向量组、欧氏空间的标准正交基等概念及基本性质，能熟练运用施密特正交化方法，由一个线性无关向量组求出一个标准正交向量组。掌握子空间的正交补的概念及基本性质，会求子空间的正交补。掌握正交变换、正交矩阵的概念及其与标准正交基的关系。掌握对称变换和对称矩阵的概念，能熟练地对一个实对称矩阵正交对角化。掌握欧氏空间同构的概念及基本理论。

### 二、考核知识点

1. 向量的内积
2. 正交基
3. 正交变换
4. 对称变换和对称矩阵

## 第八章 二次型

二次型的理论起源于解析几何中化二次曲线和二次曲面为标准形的问题。它不仅在几何和数学分析中经常用到，而且在其它学科及工程技术中被广泛应用。本章通过矩阵的乘法将二次型与对称矩阵联系起来，这样二次型的问题与对称矩阵的问题就可以相互转化进行研究。正定二次型是一类重要的、典型的二次型，因此正定二次型与正定矩阵的判定与证明都是非常重要的内容。

### 一、学习要求

掌握二次型及其矩阵的定义以及矩阵的合同；理解二次型的标准形、规范形（或称典范形）的概念。掌握复数域上的二次型、实数域上二次型的标准形和规范形、实二次型的惯性指标、符号差等概念，掌握实二次型的惯性定律。掌握正定二次型的概念和判定定理。掌握将实二次型化为标准形和规范形的方法。

### 二、考核知识点

1. 二次型和对称矩阵
2. 复数域和实数域上的二次型
3. 正定二次型
4. 主轴问题

## 附件二：考试大纲参考文献

### 考试大纲参考文献

1. 张禾瑞, 郝鈜新. 高等代数(第5版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2007.
2. 北京大学数学系. 高等代数(第4版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2013.
3. 丘维声. 高等代数[M]. 北京: 高等教育出版社, 1996.
4. 陈志杰. 高等代数与解析几何[M]. 北京: 高等教育出版社、Springer 出版社, 2000.
5. 孟道骥. 高等代数与解析几何[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
6. 黄廷祝. 高等代数[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998.
7. 曹重光等. 高等代数方法选讲[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
8. 姜同松. 高等代数方法与技巧[M]. 济南: 山东人民出版社, 2012.
9. 赵兴杰. 高等代数教学研究[M]. 重庆: 西南师范大学出版社, 2006.
10. 徐仲等. 高等代数考研教案[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2009.
11. 刘振宇. 高等代数的思想与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2011.