

扬州大学

2020年硕士研究生招生考试初试试题 (A卷)

科目代码 **628** 科目名称 **量子力学**

满分 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、(25分) 已知两力学量算符 \hat{A} 和 \hat{B} , 若 $\hat{A}^2 = \hat{B}^2 = 1$, $\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = 0$ 。

(1) 证明: 算符 \hat{A} 的本征值为1和-1。

(2) 求: A 表象中算符 \hat{A} 和 \hat{B} 的矩阵, 设 \hat{B} 的矩阵元都是实数。

(3) 求: 在 A 表象中, \hat{B} 的本征值和归一化的本征函数。

二、(25分) 微观粒子在边界区间为 $0 \leq x \leq a$ 的一维无限深势阱中运动。已知粒子所处状态的波函数为 $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)$ 。

求: (1) 坐标的期望值 \bar{x} 和动量的期望值 \bar{p} 。

(2) $\overline{(\Delta x)^2} \cdot \overline{(\Delta p)^2} = ?$

三、(25分) 已知任意算符 \hat{O} 的本征方程为 $\hat{O}u_n = O_n u_n$, 算符 \hat{F} 、 \hat{P} 和 \hat{Q} 都是厄米算符, \hat{P} 和 \hat{Q} 不对易。

(1) 证明: \hat{O} 表象中, \hat{F} 算符的矩阵元满足 $F_{mn}^* = F_{nm}$ 。

(2) 证明: $\hat{P} + \hat{Q}$ 、 $\hat{P}\hat{Q} + \hat{Q}\hat{P}$ 是厄米算符; $\hat{P}\hat{Q}$ 、 $\hat{P}\hat{Q} - \hat{Q}\hat{P}$ 不是厄米算符。

四、(25分) 一刚性转子转动惯量为 I , 它的能量的经典表示式是 $H = \frac{L^2}{2I}$, L 为角动量。

求该转子在下列情况下的定态能量和归一化的波函数:

(1) 转子绕一固定轴转动。

(2) 转子绕一固定点转动。

五、(25分) 已知 $\hat{x} = x$, $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ 。

(1) 证明: $[\hat{x}, \hat{p}_x] = i\hbar$ 。

(2) 坐标和动量的不确定关系为 $\overline{(\Delta x)^2} \cdot \overline{(\Delta p_x)^2} \geq ?$

(3) 对于宽为 a 的一维无限深势阱, 若以坐标的涨落为 $\overline{(\Delta x)^2} = a^2$, 试估算体系的基态能级。

六、(25 分) 已知一体系由二个全同的玻色子组成, 玻色子之间无相互作用。玻色子有三

个可能的单粒子态 ϕ_i 、 ϕ_j 和 ϕ_k 。

- (1) 简述全同性原理。
- (2) 体系有哪些可能的状态? 用粒子分布情况说明。
- (3) 写出各状态的波函数, 用单粒子波函数构造。