

中国海洋大学 2021 年硕士研究生招生考试试题

科目代码: 638

科目名称: 量子力学

1. (15 分) 处于定态波函数下的粒子的概率密度、不含时力学量的平均值以及各种可能取值有什么特征? 下列波函数所描写的状态是否为定态? 并说明理由。

(1) $\psi_1(x, t) = \varphi(x)e^{iEt/\hbar} + \varphi(x)e^{-iEt/\hbar}$

(2) $\psi_2(x, t) = u(x)e^{i(x-\frac{Et}{\hbar})} + v(x)e^{-i(x+\frac{Et}{\hbar})}$

2. (15分) 沿 z 轴转动的刚性转子的哈密顿量为 $\hat{H} = \hat{L}_z^2 / (2I)$ 其中 I 为转动惯量。在球坐标系求解此系统的能级、波函数以及能级简并度。

3. (15分) 某一算符 $\hat{T}(a)$ 作用在波函数 $\psi(x)$ 上, 作用形式为: $\hat{T}(a)\psi(x) = \psi(x+a)$ 计算对易关系 $[\hat{T}(a), \hat{x}]$ 和 $[\hat{T}(a), \hat{p}_x]$ 其中 a 为参数, \hat{p}_x 为动量算符。

4. (15 分) 设体系包含三个粒子, 每个粒子可能处于三个单粒子态 $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$ 以 q_i 表示第 i 个粒子的坐标。分以下两种情况写出体系可能状态的数目以及相应的波函数。

(1) 三个粒子为全同的玻色子

(2) 三个粒子为全同的费米子

5. (20 分) 厄米算符 \hat{A} 与 \hat{B} 满足 $\hat{A}^2 = \hat{B}^2 = I$ 且 $\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = 0$, 求

(1) 在 \hat{A} 表象中, 算符 \hat{A} 与 \hat{B} 的矩阵表示

(2) 在 \hat{A} 表象中, 算符 \hat{B} 的本征值与本征态矢量

(3) 由 \hat{A} 表象到 \hat{B} 表象的幺正变换矩阵 U , 并把 \hat{B} 的矩阵对角化

6. (20分) 处于中心力场中的某粒子波函数可以写作 $\psi(\vec{x}) = (2x+z)f(r)$

(1) $\psi(\vec{x})$ 是否为 \hat{L}^2 的本征函数? 若是, 求出本征值; 若否, 请给出测量 \hat{L}^2 时得到的可能值。

(2) 写出磁量子数 m_l 的可能取值, 并分别计算出取得这些值的几率

特别提醒: 答案必须写在答题纸上, 若写在试卷或草稿纸上无效。

7. (25分) 某一量子系统的哈密顿量为

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} E_0 + \delta & a & a \\ a & E_0 + \delta & a \\ a & a & E_0 + \delta \end{pmatrix},$$

δ 是小量可以视作微扰。计算基态能量的一阶和二阶修正。

8. (25分) 两个内禀磁矩大小相等的 $1/2$ 自旋粒子处于外磁场中, 系统哈密顿量为

$$\hat{H} = \frac{2a}{\hbar} (\hat{S}_{1z} + \hat{S}_{2z}) + \frac{4b}{\hbar^2} (\hat{\mathbf{S}}_1 \cdot \hat{\mathbf{S}}_2 - 3\hat{S}_{1z}\hat{S}_{2z}),$$
 其中 a, b 为实常数,

$\hat{\mathbf{S}}_1 = (\hat{S}_{1x}, \hat{S}_{1y}, \hat{S}_{1z}), \hat{\mathbf{S}}_2 = (\hat{S}_{2x}, \hat{S}_{2y}, \hat{S}_{2z}), \hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z$ 为自旋沿 x, y, z 方向的分量。

求:

(1) 该系统的本征态与相应的本征能量。

(2) 已知 $t = 0$ 时刻, 两粒子自旋同向且均沿 x 轴正方向, 求此后任意 $t (t > 0)$ 时刻体系的自旋状态

(3) $t (t > 0)$ 时刻对第一个粒子自旋测 \hat{S}_{1z} , 其结果为 $+\frac{\hbar}{2}$, 请给出测量后瞬时体系的总自旋态。

特别提醒: 答案必须写在答题纸上, 若写在试卷或草稿纸上无效。