考试科目名称：数学分析

一、考试性质

数学分析是硕士研究生入学考试科目之一。本考试大纲的制定力求反映招生类型的特点，科学、公平、准确、规范地测评考生的相关基础知识掌握水平，考生分析问题和解决问题及综合知识运用能力。应考人员可根据本大纲的内容和要求自行学习相关内容和掌握有关知识。

本大纲主要包括一元函数微分学和积分学、多元函数微分学和积分学、无穷级数、实数理论等部分。考生应掌握数学分析的基本概念，理解数学分析的基本理论，熟练掌握数学分析的各种运算，理解数学分析的基本思想和方法。

二、考试主要内容

（一） 函数、极限与连续

1、考试范围

实数及其性质，确界及确界原理，函数的概念及有界性、单调性、周期性和奇偶性；数列极限与函数极限的定义、性质及存在的条件，两个重要极限，无穷小量和无穷大量的概念及其关系，无穷小量阶的比较，曲线的渐近线；一元函数连续和一致连续的概念，函数间断点及其分类，连续函数的性质，初等函数的连续性。

2、基本要求

(1)了解实数的概念，理解确界概念、确界原理；理解函数、复合函数、分段函数和初等函数的概念；了解有界函数、单调函数、奇（偶）函数、周期函数。

(2)理解数列极限概念，掌握收敛数列的性质及数列极限存在的条件。

(3)理解函数极限的概念,掌握函数极限的性质；熟练掌握函数极限的存在条

件和两个重要极限;理解无穷小量的概念,熟练掌握等价无穷小量求极限的方法;了解曲线的渐近线。

(4)理解和掌握一元函数连续和一致连续的概念及其证明;熟练掌握函数间断点及其分类和闭区间上连续函数的性质;了解反函数的连续性,理解复合函数的连续性,初等函数的连续性。

(二) 一元函数微分学

1、考试范围

导数和微分的概念,导数的几何意义,函数的可导性与连续性之间的关系,平面曲线的切线和法线;导数和微分的四则运算,基本初等函数的导数,复合函数、反函数以及参数方程所确定的函数的微分法,高阶导数;微分中值定理,洛必达法则,泰勒公式,函数单调性的判别,函数的极值,函数图形的凹凸性、拐点及渐近线,函数的最大值与最小值。

2、基本要求

(1)理解导数的概念和几何意义,掌握单侧导数、可导性与连续性的关系,会求平面曲线的切线方程和法线方程。

(2)熟练掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则,掌握基本初等函数的导数公式,会求分段函数和由参数方程所确定的函数以及反函数的导数。

(3) 理解高阶导数的概念,掌握莱布尼兹公式,会求简单函数的高阶导数;理解微分和高阶微分的概念,会求函数的微分。

(4)理解和掌握罗尔定理、拉格朗日中值定理、柯西中值定理和泰勒公式,熟练掌握用洛必达法则求未定式值的方法。

(5)理解函数极值的概念,掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法,

掌握函数的最大值和最小值的求法及其应用。

(6)理解凹凸函数的概念，掌握用导数判断函数图形的凹凸性，会求函数图形的拐点，了解函数图形的描绘。

（三） 一元函数积分学

1、考试范围

原函数和不定积分的概念，不定积分基本性质，基本积分公式，定积分的概念和基本性质，积分中值定理，变限积分及其导数，牛顿-莱布尼茨公式，不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法，有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分，反常积分及其收敛判别法；平面图形的面积，旋转体的体积，平面曲线的弧长与曲率，旋转曲面的面积。

2、基本要求

(1)理解原函数和不定积分的概念，熟练掌握基本初等函数的不定积分；熟练掌握换元积分法与分部积分法；掌握有理函数、简单的无理函数与三角有理函数的不定积分。

(2)理解定积分的概念和可积准则；掌握常用的可积函数类、定积分的性质及积分中值定理；理解变限积分的概念与原函数存在定理。熟练掌握计算定积分的牛顿-莱布尼兹公式、换元公式和分部公式。

(3)掌握用定积分计算平面图形的面积、旋转体的体积、平面曲线的弧长、旋转面的面积；了解定积分在物理上的应用。

(4)理解无穷积分，瑕积分的概念；掌握无穷积分，瑕积分的性质和收敛判别法。

（四） 多元函数微分学

1、考试范围

多元函数的概念，二元函数的极限、累次极限与连续的概念，有界闭域上二元连续函数的性质；多元函数的偏导数和全微分，多元复合函数、隐函数、隐函数组的求导法，空间曲线的切线和法平面，曲面的切平面和法线，多元函数的极值和条件极值、最大值和最小值。

2、基本要求

(1)了解多元函数的概念，理解和掌握二元函数的极限、累次极限、连续性概念及其关系，了解有界闭区域上二元连续函数的性质。

(2)理解偏导数与全微分的概念，掌握全微分、偏导数、连续之间的关系；熟练掌握偏导数和全微分的计算，会用可微的定义判断多元函数是否可微；熟练掌握复合函数微分的计算。

(3)了解方向导数和梯度的概念及其相互关系；理解二元函数极值的必要和充分条件，掌握二元函数极值的计算。

(4)了解隐函数的存在条件与结论，掌握隐函数导数的求法；了解隐函数组的概念及隐函数组定理，掌握隐函数组偏导数的计算。

(5)掌握曲线的切线方程和法平面方程，曲面的切平面方程和法线方程的求法；熟练掌握条件极值的计算，会求多元函数的最大值和最小值。

（五） 多元函数积分学

1、考试范围

含参量正常积分的概念及其性质，含参量反常积分一致收敛性概念、性质及其判别方法；二重积分与三重积分的概念、性质、计算和应用；两类曲线积分的概念、性质及计算，两类曲线积分的关系，格林公式，平面曲线积分与路径无关

的条件，二元函数全微分的原函数；两类曲面积分的概念、性质及计算，两类曲面积分的关系，高斯公式，斯托克斯公式。

2、基本要求

(1)掌握含参量正常积分的概念及其性质；理解含参量反常积分一致收敛性概念和性质；熟练掌握含参量反常积分一致收敛性的判别方法；了解欧拉积分。

(2)理解二重积分和三重积分的概念和性质，熟练掌握二重积分和三重积分的计算。

(3)理解两类曲线积分的概念和性质，掌握两类曲线积分的计算；了解两类曲线积分的关系，熟练掌握格林公式的应用，会运用曲线积分与路径的无关性，会求二元函数全微分的原函数。

(4)理解两类曲面积分的概念和性质，掌握两类曲面积分的计算；了解两类曲面积分的关系；熟练掌握高斯公式的应用，会用斯托克斯公式计算曲线积分。

(5)了解曲面的面积、物体的重心、转动惯量与引力的计算。

（六） 无穷级数

1、考试范围

常数项级数收敛与发散的概念，级数的基本性质与收敛的必要条件，柯西准则；正项级数收敛性的判别法，交错级数与莱布尼茨定理，任意项级数的绝对收敛与条件收敛；函数列与函数项级数一致收敛性的概念，一致收敛函数列与函数项级数的性质，函数列与函数项级数一致收敛性判别法；幂级数及其收敛半径、收敛区间和收敛域，幂级数的和函数，函数的幂级数展开式；函数的傅里叶系数与傅里叶级数，收敛定理及其证明，函数在$[-l,l]$上的傅里叶级数，函数在$[0,l]$上的正弦级数和余弦级数。

2、基本要求

(1)理解数项级数收敛性的定义和收敛级数的性质，熟练掌握掌握判别正项级数敛散性的各种方法，理解收敛级数、绝对收敛级数和条件收敛级数的关系；掌握交错级数的莱布尼兹判别法。

(2)理解函数列与函数项级数一致收敛性的概念；掌握一致收敛函数列与函数项级数的连续性，可积性，可微性；掌握函数列与函数项级数一致收敛的柯西准则、维尔斯特拉斯判别法、狄利克雷判别法和阿贝尔判别法。

(3)理解幂级数的概念和性质，熟练掌握幂级数收敛半径、收敛范围及和函数的求法； 掌握泰勒级数和麦克劳林展开公式，五种基本初等函数的幂级数展开。

(4)理解三角函数系的正交性与函数的傅里叶级数的概念，掌握傅里叶级数的收敛定理；掌握以 $2l$ 与 2π 为周期的函数展开式，偶函数和奇函数的傅里叶的展开，正弦级数和余弦级数；了解收敛定理的证明。

（七） 实数理论

1、考试范围

区间套定理，聚点定理，有限覆盖定理及其证明。

2、基本要求

(1)理解区间套定理，聚点定理，有限覆盖定理的条件和结论。

(2)了解区间套定理，聚点定理，有限覆盖定理的证明思路。

三、考试形式和试卷结构

1、考试时间和分值

考试时间为 180 分钟，试卷满分为 150 分。

2、考试题型结构

（1）计算题：根据题目内容完成相应的求解，要求给出具体计算过程。

（2）讨论题：根据题目要求讨论其描述问题是否正确，要求给出具体讨论过程。

（3）证明题：根据题目要求证明其描述问题的正确性，要求给出具体证明过程。

四、参考书目

1、《数学分析》（第四版），华东师范大学数学系编，高等教育出版社，2011