

## 考试科目名称：高等代数

### 一、考试性质

高等代数是硕士研究生入学考试科目之一。本考试大纲的制定力求反映招生类型的特点，科学、公平、准确、规范地测评考生的相关基础知识掌握水平，考生分析问题和解决问题及综合知识运用能力。报考人员可根据本大纲的内容和要求自行学习相关内容和掌握有关知识。

本大纲主要包括行列式、矩阵、线性方程组、方阵对角化、二次型、多项式、线性空间、线性变换和欧几里得空间等内容。

### 二、考试主要内容

#### 1、行列式

考试范围： $n$  阶行列式的定义， $n$  阶行列式的性质与计算。

基本要求：

(1) 理解排列及其逆序数，理解  $n$  阶行列式的定义，能利用定义计算行列式的值。

(2) 熟练掌握行列式的性质，能熟练计算低阶行列式的值，能计算较简单的  $n$  阶行列式的值。

#### 2、矩阵

考试范围：矩阵及其运算，分块矩阵与矩阵的初等变换，矩阵的秩，可逆矩阵。

基本要求：

(1) 理解矩阵、单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称矩阵、反对称矩阵、方阵的幂及矩阵的转置等概念，熟练掌握矩阵的线性运算、乘法运

算、转置及其运算规律。

(2) 理解分块矩阵、准对角矩阵、初等变换和初等矩阵的概念，熟练掌握分块矩阵的运算。

(3) 理解初等变换与初等矩阵的概念及基本作用，了解矩阵等价的概念及性质，能用矩阵的初等变换化矩阵为标准形。

(4) 理解矩阵的子式、矩阵的秩的定义，熟练掌握矩阵的秩的性质，能求矩阵的秩。

(5) 理解满秩矩阵的概念，掌握满秩矩阵的性质。

(6) 掌握两个方阵与其乘积的秩的关系式，能熟练运用方阵乘积的行列式的公式。

(7) 理解可逆矩阵的概念，掌握可逆矩阵的性质，掌握矩阵可逆的充分必要条件。

(8) 理解伴随矩阵的概念，掌握伴随矩阵的性质，会用伴随矩阵法求可逆矩阵的逆矩阵，能熟练运用矩阵的初等变换求可逆矩阵的逆矩阵，能解矩阵方程。

### 3、线性方程组

考试范围：向量及其线性运算，向量组的线性相关性，向量组的秩，线性方程组解的判定定理，齐次线性方程组解的结构，非齐次线性方程组解的结构。

基本要求：

(1) 理解  $n$  维向量的概念，熟练掌握  $n$  维向量的线性运算及其运算规律。

(2) 理解向量组的线性组合的概念，能将向量表示成向量组的线性组合。

(3) 理解向量组的线性相关与线性无关的定义，熟练掌握向量组线性相关、线性无关的判别法，掌握向量组线性相关、线性无关的有关重要结论。

(4) 理解向量组等价、向量组的极大线性无关组和向量组秩的概念，理解向量组的秩与矩阵秩的关系。

(5) 会求向量组的秩和向量组的一个极大线性无关组，并能用向量组的一个极大线性无关组线性表出该向量组中的其它向量。

(6) 理解线性方程组的基本概念，掌握克拉默 (Cramer) 法则，会用克拉默法则解线性方程组。

(7) 熟练掌握线性方程组解的判定定理，能用初等变换法解线性方程组。

(8) 理解齐次线性方程组的基础解系及通解等概念，掌握齐次线性方程组解的性质，能熟练解齐次线性方程组。

(9) 掌握非齐次线性方程组解的性质，理解非齐次线性方程组的解的结构。

(10) 掌握非齐次线性方程组的性质，理解非齐次线性方程组的解的结构，能熟练解非齐次线性方程组。

#### 4、方阵对角化

考试范围：内积，特征值与特征向量，矩阵对角化。

基本要求：

(1) 理解向量的内积、正交向量组的概念，掌握内积、正交向量组的性质，掌握施密特 (Schmidt) 正交化方法。

(2) 理解正交矩阵的概念，熟练掌握正交矩阵的性质和实方阵是正交矩阵的条件。

(3) 理解方阵的特征值、特征向量、特征多项式和特征方程等概念，会求矩阵的特征值和特征向量，熟练掌握方阵的特征值和特征向量的性质。

(4) 理解矩阵相似的概念，并熟练掌握它们的性质。

(5) 理解方阵相似对角矩阵的条件，掌握将矩阵对角化的方法。

(6) 理解实对称矩阵的特征值和特征向量的特殊性质，熟练掌握用正交矩阵化实对称矩阵为对角矩阵的方法。

## 5、二次型

考试范围：二次型及其标准形，正定二次型。

基本要求：

(1) 理解二次型及其矩阵、秩、线性替换、矩阵合同、二次型的标准形和规范形等概念，会用配方法化二次型为标准形，熟练掌握用正交变换化实二次型为标准形的方法。

(2) 掌握惯性定理，理解正惯性指数、负惯性指数等概念。

(3) 理解正定二次型及正定矩阵等概念，掌握实二次型是正定二次型的条件，掌握正定二次型与正定矩阵的判别法。

## 6、多项式

考试范围：一元多项式的运算及其整除性，最大公因式，因式分解唯一定理和重因式，复系数与实系数多项式的因式分解，有理系数多项式。

基本要求：

(1) 理解一元多项式的基本概念，熟练掌握一元多项式的运算。

(2) 理解一元多项式的整除的概念，掌握整除的性质和定理。

(3) 理解最大公因式、互素等概念，掌握有关定理，能用辗转相除法求最大公因式。

(4) 理解不可约多项式、重因式等概念，理解因式分解唯一定理及标准分解式，掌握多项式无重因式的充要条件。

(5) 了解复数域和实数域上的多项式的因式分解定理。

(6) 理解艾森斯坦因判别法，能求有理系数多项式的有理根。

## 7、线性空间

考试范围：线性空间的定义与性质，向量组的线性关系，维数、基、坐标，基变换与坐标变换，线性子空间，子空间的交与和，子空间的直和，线性空间的同构。

基本要求：

(1) 理解线性空间的定义，掌握线性空间的简单性质。

(2) 理解线性空间中向量组的线性组合、向量的线性表出、向量组的线性相关与线性无关、向量组等价、向量组的极大线性无关组和向量组的秩等概念，掌握有关重要结论。

(3) 理解线性空间的维数、基与坐标等概念，能求线性空间的维数与一组基，能求向量的坐标。

(4) 掌握基变换与坐标变换公式，能求由一组基到另一组基的过渡矩阵。

(5) 理解线性子空间和子集生成的子空间等概念，掌握子空间判别方法。

(6) 理解子空间的交与和等概念，掌握子空间的交与和的重要性质和维数公式。

(7) 理解子空间的直和概念，掌握子空间的直和的重要性质。

(8) 理解映射、单射映射、满射映射、双射映射和同构映射等概念，掌握同构映射的基本性质。

## 8、线性变换

考试范围：线性变换及其运算，线性变换的矩阵，线性变换的特征值与特征

向量, 不变子空间。

基本要求:

(1) 理解线性变换、可逆线性变换等概念及其性质, 掌握线性变换的运算, 掌握可逆线性变换的判定方法, 了解线性变换的幂与多项式。

(2) 理解线性变换的矩阵的概念, 能求线性变换的矩阵, 掌握同一个线性变换在不同基下的矩阵间的关系。

(3) 理解线性变换的特征值与特征向量的概念, 能求线性变换的特征值与特征向量。

(4) 掌握线性变换的特征值和特征向量的性质, 掌握线性变换在一组基下的矩阵是对角矩阵的条件。

(5) 理解不变子空间、特征子空间、值域和核等概念, 掌握线性变换的秩与零度的关系。

## 9、欧几里得空间

考试范围: 欧氏空间的定义与性质, 度量矩阵, 标准正交基, 正交补, 欧氏空间的同构, 正交变换与对称变换。

基本要求:

(1) 理解欧氏空间及其度量的概念, 掌握欧氏空间的性质。

(2) 理解度量矩阵的概念, 能求度量矩阵, 掌握不同基的度量矩阵之间的关系。

(3) 理解正交基、标准正交基等概念, 掌握基是标准正交基的条件, 掌握从一组标准正交基到另一组标准正交基的过渡矩阵的性质。

(4) 理解正交和、正交补、内射影等概念, 掌握正交补的求法和有关理论。

(5) 理解欧氏空间同构的概念。

(6) 理解正交变换与对称变换等概念，掌握正交变换与对称变换的有关性质。

### **三、考试形式和试卷结构**

#### **1、考试时间和分值**

考试时间为 180 分钟，试卷满分为 150 分。

#### **2、考试题型结构**

(1) 计算题：根据题目内容完成相应问题的计算，要求给出具体计算过程。

(2) 证明题：根据题目内容完成相应问题的证明，要求给出具体证明过程。

### **四、参考书目**

1、《高等代数教程》(第一版)，上册，王萼芳编著，清华大学出版社，2011

2、《高等代数教程》(第一版)，下册，王萼芳编著，清华大学出版社，2011