

安徽师范大学

2019 年硕士研究生招生考试初试试题

科目代码: 901

科目名称: 量子力学

一、证明题 (每小题 10 分, 共 20 分)

(1) 证明厄米算符的本征值是实数。

(2) $\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z$ 为泡利算符, 试证: $\hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_z \hat{\sigma}_x = i$

二、(20 分) 氢原子波函数 ψ_{nlm} 是哪些力学量的本征函数? 写出相应的本征值公式, 写明各量子数的可能取值, 以及 ψ_{nlm} 的函数构造形式。

三、(20 分) 粒子在二维谐振子势 $U(x, y) = \frac{1}{2} \mu \omega^2 (x^2 + y^2)$ 中运动。

(1) 求粒子的定态能级和相应的波函数;

(2) 讨论最低的三个能级的简并度。

四、(30 分) 质量为 m , 自旋为 $\hbar/2$ 的两个无相互作用的全同粒子, 处在一维无限深势阱

$$U(x) = \begin{cases} \infty & 0 \leq x \leq a \\ 0 & x < 0, x > a \end{cases}$$

中, 不考虑自旋和轨道相互作用。如果体系的一个粒子处于基态, 而另一个粒子处于第一激发态, 试写出:

(1) 体系波函数空间部分的可能形式;

(2) 体系波函数自旋部分的可能形式;

(3) 体系总的波函数的可能形式。

五、(30 分) 某量子体系只有三个能级, 对应的归一化波函数分别为 Φ_1, Φ_2, Φ_3 。体系受到一个微扰作用, 体系的哈密顿算符 \hat{H}_0 和微扰算符 \hat{H}' 在 \hat{H}_0 表象中的矩阵形式为:

$$H_0 = \hbar\omega \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{和} \quad H' = b\hbar\omega \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{其中 } b \ll 1。$$

- (1) 用微扰法求各级能量近似值, 精确到二级修正;
- (2) 求各能级对应的波函数, 精确到一级修正。

六、(30 分) 某二能级系统, 哈密顿算符 \hat{H}_0 的归一化本征函数记为 ψ_α, ψ_β , 本征值 $E_\alpha = -4\hbar\omega$, $E_\beta = 4\hbar\omega$ 。 $t=0$ 时系统处于 ψ_α 态, $t>0$ 时系统受到外来作用, 哈密顿算符变成 $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{w}$ 已知 H_0 表象中 \hat{w} 的矩阵元为 $w_{\alpha\alpha} = w_{\beta\beta} = 0$, $w_{\alpha\beta} = w_{\beta\alpha} = 3\hbar\omega$ 。

- (1) 求 \hat{H} 的本征函数及本征值;
- (2) 求 $t>0$ 时系统的波函数 $\psi(t)$;
- (3) 计算 $|\langle \psi_\beta | \psi(t) \rangle|^2$ 并说明意义。