

# 安徽师范大学

## 2018年硕士研究生招生考试初试试题

科目代码: 724

科目名称: 高等数学 II

一、单项选择题 (每小题3分, 共21分):

1. 函数  $f(x) = \frac{1}{\lg|x-5|}$  的定义域是 ( )
- A.  $(-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$                       B.  $(-\infty, 6) \cup (6, +\infty)$   
C.  $(-\infty, 4) \cup (4, +\infty)$                       D.  $(-\infty, 4) \cup (4, 5) \cup (5, 6) \cup (6, +\infty)$
2. 如果  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin ax}{2x} = \frac{2}{3}$ , 则  $a =$  ( )
- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $\frac{3}{2}$                       C.  $\frac{4}{9}$                       D.  $\frac{9}{4}$
3. 点  $x=0$  是下列哪个函数的可去间断点 ( )
- A.  $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$                       B.  $f(x) = \frac{1}{x} \sin x$   
C.  $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$                       D.  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{e^x}, & x < 0 \\ e^x, & x \geq 0 \end{cases}$
4. 设  $f(x)$  二阶可导,  $y = f(\ln x)$ , 则  $y'' =$  ( )
- A.  $f''(\ln x)$                       B.  $f''(\ln x) \frac{1}{x^2}$   
C.  $\frac{1}{x^2} [f''(\ln x) + f'(\ln x)]$                       D.  $\frac{1}{x^2} [f''(\ln x) - f'(\ln x)]$
5. 曲线  $y = \frac{x}{1-x^2}$  的渐近线有 ( )
- A. 4 条                      B. 3 条                      C. 2 条                      D. 1 条
6. 若  $\sin x$  是  $f(x)$  的一个原函数, 则  $\int x f'(x) dx =$  ( )
- A.  $x \cos x - \sin x + C$                       B.  $x \sin x - \cos x + C$   
C.  $x \cos x + \sin x + C$                       D.  $x \sin x + \cos x + C$

7. 设函数  $y = \int_0^x (t-1)dt$ , 则  $y$  有 ( )

- A. 极小值  $-\frac{1}{2}$       B. 极小值  $\frac{1}{2}$       C. 极大值  $-\frac{1}{2}$       D. 极大值  $\frac{1}{2}$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 21 分):

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x + e^{2ax} - 1}{x}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0, \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

3. 设函数  $y = \frac{1}{x}$ , 则  $y^{(2017)} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4. 曲线  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$  在点  $(\frac{\sqrt{2}}{4}a, \frac{\sqrt{2}}{4}a)$  处的切线方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

5. 求函数  $f(x) = \ln x$  按  $(x-1)$  的幂展开的带有佩亚诺型余项的  $n$  阶泰勒公式

$\underline{\hspace{20cm}}$

6. 曲线  $y = (x-5)x^{\frac{2}{3}}$  的拐点坐标为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

7. 当  $k$   $\underline{\hspace{2cm}}$  时, 反常积分  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^k}$  收敛.

三、解答题 (每小题 10 分, 共 80 分):

1. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x-\sin x} - 1}{\arcsin x^3}$ .

2. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^1 e^{-t^2} dt}{x^2}$ .

3. 求由参数方程  $\begin{cases} x = \ln \sqrt{1+t^2}, \\ y = \arctan t, \end{cases}$  所确定的函数的二阶导数  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

4. 求函数  $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x + 7$  的单调区间和凹、凸区间.

5. 求  $\int \frac{3}{x^3+1} dx$ .

6. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+\cos x}, & -1 < x < 0, \\ xe^{-x^2}, & x \geq 0, \end{cases}$  求  $\int_1^4 f(x-2)dx$ .

7. 求由曲线  $y = \ln x$ ,  $x$  轴与直线  $x = \frac{1}{e}$ ,  $x = e$  所围成的图形的面积.

8. 求过点  $(2, 0, -3)$  且与直线  $\begin{cases} x - 2y + 4z - 7 = 0, \\ 3x + 5y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$  垂直的平面方程.

四、证明题 (每小题 7 分, 共 28 分):

1. 已知  $y = y(x) = e^{f^2(x)}$ , 若  $f'(a) = \frac{1}{2f(a)}$ , 证明  $y(a) = y'(a)$ .

2. 设  $f(x)$  是以  $l$  为周期的连续函数, 证明

$$\int_a^{a+l} f(x) dx = \int_0^l f(x) dx.$$

3. 证明当  $x > 0$  时,

$$\frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x.$$

4. 设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续, 在  $(0, 1)$  内可导, 且  $f(0) = f(1) = 0$ ,  $f(\frac{1}{2}) = 1$ , 证明至少存在一点  $\xi \in (0, 1)$ , 使  $f'(\xi) = 1$ .