# 安徽师范大学

# 2019 年硕士研究生招生考试初试试题

科目代码： 892

科目名称： 数学教学论

一、单项选择题（请将正确答案的代号填在答题纸上，每小题 4 分，共 40 份）

1 锐角三角形的垂心是它的垂三角形的（ ）.

A. 内心 B.外心 C. 旁心 D. 重心

2 在具有公共底边且周长相等的所有三角形中，（ ）的面积最大.

A. 等边三角形 B. 等腰三角形

C. 直角三角形 D. 等腰直角三角形

3 $(\frac{(1-\sqrt{3}i)^2}{1+i}) =$ （ ）

A. $\sqrt{3}+i$ B. $-\sqrt{3}-i$ C. $\sqrt{3}-i$ D. $-\sqrt{3}+i$

4 不等式 $\frac{x(x+2)}{x-3}<0$ 的解集为（ ）

A. $\{x \mid x<-2, \text{或} x>0\}$ B. $\{x \mid -2<x<2, \text{或} x>3\}$

C. $\{x \mid x<-2, \text{或} 0<x<3\}$ D. $\{x \mid x<0, \text{或} x<3\}$

5 已知椭圆的中心在原点，离心率 $e=\frac{1}{2}$，且它的一个焦点与抛物线 $y^2=-4x$ 的焦点重合，则此椭圆方程为 （ ）

A. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ B. $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{6}=1$

C. $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ D. $\frac{x^2}{4}+y^2=1$

6 从 5 位男教师和 4 位女教师中选出 3 位教师，派到 3 个班担任班主任（每班 1 位班主任），要求这 3 位班主任中男、女教师都要有，则不同的选派方案共有 （ ）

A. 210 种 B. 420 种 C. 630 种 D. 840 种

7 已知球的表面积为20π，球面上有A、B、C三点.如果AB=AC=2，BC=$2\sqrt{3}$，则球心到平面ABC的距离为（　　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

8 △ABC中，$a$、$b$、c分别为∠A、∠B、∠C的对边.如果$a$、$b$、c成等差数列，∠B=30°，△ABC的面积为$\frac{3}{2}$，那么$b$=（　　）

A．$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$　　B．$1+\sqrt{3}$　　C．$\frac{2+\sqrt{3}}{2}$　　D．$2+\sqrt{3}$

9 《义务教育数学课程标准（2011年版）》提出，学习评价的主要目的是为了全面了解学生数学学习的过程有结果，激励学生学习和改进（　　）。

A．学校管理　　B.社会监督　　C．教师教学　　D．教学环境

10 《普通高中数学课程标准（2017年版）》指出，高中数学课程是义务教育阶段后普通高级中学的重要课程，具有（　　）

A．基础性、发展性和创新性　　B．基础性、普及性和发展性

C．普及性、发展性和创新性　　D．基础性、选择性和发展性

## 二、填空题（每小题4份，共20分）

11 求组合数$C_{n+1}^{m}-C_{n}^{m-1}=$__________.

12 向量$\vec{a}$、$\vec{b}$满足（$\vec{a}-\vec{b}$）·（$2\vec{a}+\vec{b}$）=−4，且$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=4$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$夹角的余弦值等于__________.

13 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=a,a_{n+1}=2+\frac{a_n}{2}(n\geq1)$，则数列的通项是__________.

14 函数$f(x)=\cos x-\frac{1}{2}\cos 2x(x\in R)$的最大值等于__________.

15 《普通高中数学课程标准（2017年版）》指出，数学核心素养是数学课程目标的集中体现，是在数学学习的过程中逐步形成的. 数学核心素养是具有数学基本特征的，适合个人终身发展和社会发展需要的人的思维品质和关键能力. 高中阶段数学核心素养包括（　　　　）（写出所有正确结论的编号）。

①数学抽象　　②逻辑推理　　③数学建模

④直观想象　　⑤数学运算　　⑥数据分析

## 三、论述题（共4小题，计90分）

16 （15分）问题 若$f(x)=-x^2+2$（$x\geqslant 1$），则$f^{-1}(x)$与$f^{-1}(3)$的大小关系是什么？

一位同学的解答如下：

解 易知$f(x)$在$[1,+\infty)$上是减函数，$f(x)$与$f^{-1}(x)$在它的各自定义域上单调性相同，故$f^{-1}(x)$在它的各定义域上也是减函数，所以，$f(x)>f^{-1}(x)$.

请指出上述解答的可取之处、错误原因，对问题修正并给出正确解答.

17 （15分）在数学教学中，如何培养学生的数学独创性思维品质？

18 （15分）试阐述信息技术与数学教学整合的原则.

19 （45分）根据以下素材“方程的根与函数的零点”，撰写一份课时教学设计（按教学目标分析，学习内容分析，学情分析，教学策略选择，教学过程设计等环节设计）.

# 3.1 函数与方程

## 必修一 3.1.1 方程的根与函数的零点 课题二

思考？

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$ 的根与二次函数 $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq0)$ 的图象有什么关系？

先观察几个具体的一元二次方程及其相应的二次函数，如

方程 $x^2-2x-3=0$ 与函数 $y=x^2-2x-3$；

方程 $x^2-2x+1=0$ 与函数 $y=x^2-2x+1$；

方程 $x^2-2x+3=0$ 与函数 $y=x^2-2x+3$.

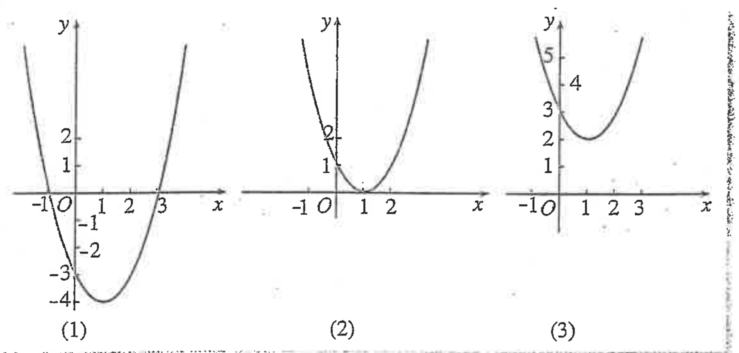


图 3.1-1

容易知道，方程 $x^2-2x-3=0$ 有两个实数根 $x_1=-1$，$x_2=3$；函数 $y=x^2-2x-3$的图象与 $x$ 轴有两个交点$(-1, 0)$，$(3, 0)$，如图 3.1-1(1). 这样，方程 $x^2-2x-3=0$ 的两个实数根就是函数 $y=x^2-2x-3$ 的图象与 $x$ 轴交点的横坐标.

方程 $x^2-2x+1=0$ 有两个相等的实数根 $x_1=x_2=1$；函数 $y=x^2-2x+1$ 的图象

与 $x$ 轴有唯一的交点(1，0)，如图 3.1-1(2). 这样，方程 $x^2-2x+1=0$ 的实数根就是函数$y=x^2-2x+1$的图象与 $x$ 轴交点的横坐标.

方程 $x^2-2x+3=0$ 无实数根，函数 $y=x^2-2x+3$ 的图象与 $x$ 轴没有交点，如图 3.1-1(3).

上述关系对一般的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$及其相应的二次函数 $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$也成立.

设判别式 $\Delta=b^2-4ac$，我们有：

(1) 当 $\Delta>0$ 时，一元二次方程有两个不等的实数根 $x_1$，$x_2$，相应的二次函数的图象与 $x$ 轴有两个交点$(x_1，0)$，$(x_2，0)$；

(2) 当 $\Delta=0$ 时，一元二次方程有两个相等实数根 $x_1=x_2$，相应的二次函数的图象与 $x$ 轴有唯一的交点 $(x_1，0)$；

(3) 当 $\Delta<0$ 时，一元二次方程没有实数根，相应的二次函数的图象与 $x$ 轴没有交点.

二次函数的图象与 $x$ 轴的交点和相应的一元二次方程根的关系，可以推广到一般情形. 为此，先给出函数零点的概念：

对于函数 $y=f(x)$，我们把使 $f(x)=0$ 的实数 $x$ 叫做函数 $y=f(x)$的零点 (zero point).

这样，函数 $y=f(x)$的零点就是方程 $f(x)=0$ 的实数根，也就是函数 $y=f(x)$的图象与 $x$ 轴的交点的横坐标. 所以

**方程$f(x)=0$ 有实数根**

**$\Leftrightarrow$函数 $y=f(x)$的图象与 $x$ 轴有交点**

**$\Leftrightarrow$函数 $y=f(x)$有零点**

由此可知，求方程 $f(x)=0$ 的实数根，就是确定函数$y=f(x)$的零点. 一般地，对于不能用公式法求根的方程$f(x)=0$来说，我们可以将它与函数 $y=f(x)$联系起来，利用函数的性质找出零点，从而求出方程的根.

## 探究

观察二次函数 $f(x)=x^2-2x-3$ 的图象（如图 3.1-2)，我们发现函数 $f(x)=x^2-2x-3$ 在区间 $[-2，1]$ 上有零点. 计算 $f(-2)$与 $f(1)$ 的乘积，你能发现这个乘积有什么特点? 在区间 $[2，4]$ 上是否也具有这种特点呢?

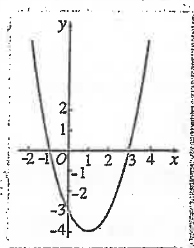

图 3.1-2

可以发现，$f(-2)\cdot f(1)<0$，函数 $f(x)=x^2-2x-3$ 在区间 $(-2，1)$ 内有零点

$x=-1$，它是方程 $x^2-2x-3=0$ 的一个根．同样地，$f(2)\cdot f(4)<0$，函数 $f(x)=x^2-2x-3$ 在 $(2, 4)$ 内有零点 $x=3$，它是方程 $x^2-2x-3=0$ 的另一个根．

同学们可以任意画几个函数图象，观察图象，看看是否能得出同样的结果．

一般地，我们有：

**如果函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的图象是连续不断的一条曲线，并且有 $f(a)\cdot f(b)<0$，那么，函数 $y=f(x)$ 在区间 $(a, b)$ 内有零点，即存在 $c\in(a, b)$，使得 $f(c)=0$，这个 $c$ 也就是方程 $f(x)=0$ 的根．**

例 1　求函数 $f(x)=\ln x+2x-6$ 的零点的个数．

解：用计算器或计算机作出 $x$，$f(x)$ 的对应值表（表 3-1）和图象（图 3.1-3）．

**表 3-1**

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-4$ | $-1.306\,9$ | $1.098\,6$ | $3.386\,3$ | $5.609\,4$ | $7.791\,8$ | $9.945\,9$ | $12.079\,4$ | $14.197\,2$ |

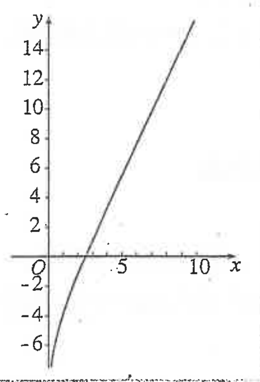


图 3.1-3

你能给出这个函数是增函数的证明吗？

由表 3-1 和图 3.1-3 可知，$f(2)<0$，$f(3)>0$，则 $f(2)\cdot f(3)<0$，这说明函数 $f(x)$ 在区间 $(2, 3)$ 内有零点．由于函数 $f(x)$ 在定义域 $(0, +\infty)$ 内是增函数，所以它仅有一个零点．

## 练　习

1. 利用函数图象判断下列方程有没有根，有几个根：

（1）$-x^2+3x+5=0$；　　（2）$2x(x-2)=-3$；

（3）$x^2=4x-4$；　　（4）$5x^2+2x=3x^2+5$．

2. 利用信息技术作出函数的图象，并指出下列函数零点所在的大致区间：

（1）$f(x)=-x^3-3x+5$；　　（2）$f(x)=2x\cdot\ln(x-2)-3$；

（3）$f(x)=e^{x-1}+4x-4$；　　（4）$f(x)=3(x+2)(x-3)(x+4)+x$．