

《高等代数》考试大纲

一、总体要求

高等代数是大学数学系本科学生的最基本课程之一，也是大多数理工科专业学生的必修基础课。它的主要内容包括多项式、行列式和线性方程组、矩阵及其标准形、特征值和特征向量、线性变换和矩阵范数。要求考生比较系统地理解高等代数的基本概念和基本理论，掌握高等代数的基本思想和方法。要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

二、考试知识点及考核要求

(一) 多项式

考试内容

数域 有理数域 实数域 复数域等概念 一元多项式的概念及其计算 多项式的整除因式 公因式 最大公因式 互素 用辗转相除法求最大公因式 不可约多项式 可约多项式 因式分解及唯一性定理 多项式的导数 重因式 单因式 根 重根 单根 多项式有重因式的判别方法 代数学基本定理 实数域、复数域上多项式因式分解定理 求有理系数多项式的全部有理根

考试要求

- 1.了解数域、有理数域、实数域、复数域等概念。
- 2.了解一元多项式的概念及其计算。
- 3.了解多项式的整除、因式、公因式、最大公因式、互素的概念。
- 4.会用辗转相除法求最大公因式。

5.了解不可约多项式、可约多项式的概念，掌握因式分解及唯一性定理。

6.了解多项式的导数、重因式、单因式、根、重根、单根等概念，掌握多项式有重因式的判别方法，掌握代数学基本定理。掌握实数域、复数域上多项式因式分解定理。

7.会求有理系数多项式的全部有理根。

(二) 行列式

考试内容

n 阶行列式的定义 行列式的性质 行列式的计算 拉普拉斯定理 克莱姆法则

考试要求

1.了解 n 阶行列式的定义。

2.掌握理解行列式的性质，掌握行列式计算，会利用行列式的性质计算较复杂的 n 阶行列式。

3.了解拉普拉斯定理，掌握行列式的乘法定理。

4.掌握克莱姆法则。

(三) 线性方程组

考试内容

n 维向量的定义 向量的数乘和加法运算 向量组的线性组合 线性表示 线性相关 线性无关 等价 极大无关组 向量组的秩 矩阵的秩 线性方程组的消元法 齐次线性方程组有非零解的充要条件 非齐次线性方程组有解的充要条件 齐次线性方程组的基础解系、通解及解空间的概念 用行初等变换求线性方程组通解的方法

考试要求

- 1.理解 n 维向量的定义，掌握向量的数乘和加法运算。
- 2.理解向量组的线性组合、线性表示、线性相关、线性无关、等价、极大无关组、秩的概念。掌握与此相应的重要结论。
- 3.理解矩阵的秩的概念并掌握相关结论。
- 4.掌握求向量组的极大无关组、秩的方法。
- 5.理解线性方程组的消元法原理。理解齐次线性方程组有非零解的充要条件，理解非齐次线性方程组有解的充要条件。
- 6.理解齐次线性方程组的基础解系、通解及解空间的概念。
- 7.掌握用行初等变换求线性方程组通解的方法。

(四) 矩阵

考试内容

矩阵的概念 矩阵的线性运算、乘法、转置以及它们的运算规律 伴随矩阵 逆矩阵 矩阵可逆的充要条件 矩阵的初等变换 矩阵等价 初等矩阵 用初等变换求逆阵 矩阵分块概念 矩阵分块运算。

考试要求

- 1.理解矩阵的概念，掌握矩阵的线性运算、乘法、转置以及它们的运算规律。
- 2.理解矩阵的概念，理解伴随矩阵的概念，会用伴随求矩阵。掌握逆矩阵的性质，掌握矩阵可逆的充要条件。
- 3.理解矩阵的初等变换和矩阵等价的概念，了解初等矩阵的性质。掌握用初等变换求逆阵的方法。
- 4.掌握矩阵乘积、和的秩的有关结论。
- 5.了解矩阵分块概念、掌握矩阵分块运算。

(五) 二次型

考试内容

二次型概念 二次型的矩阵表示方法 二次型的标准型、规范型
用配方法求二次型的标准型 用初变换方法求二次型的标准型 实二次型惯性定理 理解正惯性指数、负惯性指数、符号差 实二次型分类概念 各类二次型（正定、负定、半正定、半负定、不定）的判别方法

考试要求

- 1.理解二次型概念，掌握二次型的矩阵表示方法。
- 2.理解二次型的标准型、规范型的概念，会用配方法求二次型的标准型，掌握用初等变换方法求二次型的标准型。
- 3.理解实二次型惯性定理，理解正惯性指数、负惯性指数、符号差等概念。
- 4.掌握实二次型分类概念。掌握各类二次型（正定、负定、半正定、半负定、不定）的判别方法。

(六) 线性空间

考试内容

向量空间的概念 线性空间的维数、基、坐标 基变换、坐标变换的公式 过渡矩阵 线性子空间 子空间的交与和 维数公式 子空间直和 判别直和的条件 商空间 空间、子空间、商空间三者维数之间的联系 线性空间同态与同构 有限维线性空间同构的充分必要条件 线性空间的同态基本定理

考试要求

- 1.理解向量空间的概念，理解线性空间的维数、基、坐标的概

念。

2.掌握基变换、坐标变换的公式，会求过渡阵。

3.理解线性子空间、子空间的交与和的概念，掌握维数公式，掌握判别子空间的方法，会求子空间交的基、和的基。

4.了解子空间直和的概念，掌握判别直和的条件。

5.了解商空间的概念，会求商空间的基。掌握空间、子空间、商空间三者维数之间的联系。

6.了解线性空间同态与同构的概念，掌握有限维线性空间同构的充分必要条件，掌握线性空间的同态基本定理。

(七) 线性变换

考试内容

线性变换的定义 线性变换运算 线性变换的矩阵 特征值 特征向量 特征子空间 特征多项式 **Hamilton-Caylay** 定理 线性变换在某组基下矩阵是对角矩阵的充分必要条件 矩阵与对角矩阵相似的充分必要条件 线性变换的核与值域 线性变换的秩与零度 不变子空间 复数域上线性空间的根子空间直和分解定理

考试要求

1.理解线性变换的定义、运算及其矩阵表示。

2.理解特征值、特征向量、特征子空间、特征多项式等概念，掌握求线性变换、矩阵的特征值、特征向量的方法、掌握 **Hamilton-Caylay** 定理。

3.掌握线性变换在某组基下矩阵是对角矩阵的充分必要条件，掌握一个矩阵与对角矩阵相似的充分必要条件。

4.若矩阵 **A** 与对角阵相似，会求可逆矩阵 **P**，化 **A** 为对角矩阵。

5.理解线性变换的核与值域的概念，掌握线性变换的秩与零度之和等于线性空间维数的公式，会求值域与核。

6.理解不变子空间的概念，了解线性变换的矩阵化简和不变子空间的内在联系，掌握复数域上线性空间的根子空间值和分解定理。

（八）欧氏空间

考试内容

欧氏空间的定义及其简单性质 标准正交基的概念 用 **Schmidt** 方法求标准正交基 子空间的正交以及正交补 正交变换 判别线性变换是正交变换的方法及其充要条件 正交矩阵正交变换与正交矩阵的联系 对称变换 对称变换与对称矩阵的联系 化对称矩阵为对角阵的方法 正交变换法化实二次型为标准型 酉空间概念及其性质

考试要求

- 1.理解欧氏空间的定义及其简单性质。
- 2.理解标准正交基的概念，会用 **Schmidt** 方法求标准正交基。
- 3.理解子空间的正交以及正交补的概念。
- 4.理解正交变换的概念，掌握判别线性变换是正交变换的方法及其充要条件，理解正交变换与正交阵的联系。
- 5.了解 **QR** 分解及其唯一性问题。
- 6.掌握对称变换的概念，了解对称变换与对称矩阵联系，掌握化对称矩阵为对角阵的方法。会用求特征值方法化实二次型为标准型。
- 7.了解酉空间概念及其性质。

三、考试题型及比例

计算题： 60%左右；证明题： 40%左右。

四、考试形式及时间

考试形式为闭卷笔试，试卷总分为 150 分，考试时间为三小时。

五、主要参考教材

[1] 《高等代数》第四版，北京大学数学系前代数小组编，王萼芳，石生明修订，高等教育出版社，2013 年 8 月。

[2] 复旦大学蒋尔雄等编《线性代数》，人民教育出版社，1988.

[3] 张禾瑞，郝炳新，《高等代数》，高等教育出版社，1997.

