

安徽师范大学

2018 年硕士研究生招生考试初试试题

科目代码: 895

科目名称: 概率论与数理统计

一、单项选择题 (每小题 5 分, 共 30 分)

1. 设 $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1, P(A|B) = P(A|\bar{B})$, 则下列判断成立的是_____
- A. 事件 A 与 B 互不相容 B. 事件 A 与 B 相互独立
C. 事件 A 与 B 互相对立 D. 事件 A 与 B 互不独立
2. 抛一枚不均匀的硬币, 正面向上的概率为 $\frac{2}{3}$, 将此硬币连抛 4 次, 则恰好 3 次正面向上的概率为_____
- A. $\frac{8}{81}$ B. $\frac{8}{27}$ C. $\frac{32}{81}$ D. $\frac{3}{4}$
3. 设随机变量 X 的密度函数为 $p(x), x \in R$, 且 $p(-x) = p(x)$, $F(x)$ 是 x 的分布函数, 则对任意实数 a 有_____
- A. $F(-a) = 1 - \int_0^a p(x) dx$ B. $F(-a) + F(a) = 1$
C. $F(-a) = F(a)$ D. $F(-a) = 2F(a) - 1$
4. 某种电子元件的使用寿命 X (单位: 小时) 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{100}{x^2}, & x \geq 100; \\ 0, & x < 100, \end{cases}$ 任取一只此种电子元件, 则它的使用寿命在 150 小时以内的概率为
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$
5. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim N(0, 9), Y \sim N(0, 1)$, 令 $Z = X - 2Y$, 则 $D(Z) =$ _____
- A. 5 B. 7 C. 11 D. 13
6. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 2 < x < 4, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则 $E(X) =$ _____
- A. 6 B. 3 C. 1 D. $\frac{1}{2}$

二、填空题（每小题4分，共20分。在正确的命题后面打√，错误的命题后面打×）

1. 若事件 A 发生概率为0, 则 A 一定是不可能事件. _____
2. 某种疾病的发病率为1%, 则每100人必有一人发病. _____
3. 若事件 A 与 B 相互独立, 且互斥, 则 A 与 B 中必有一事件发生概率为0. _____
4. 假设检验中, 原假设是受保护的. _____
5. 若随机变量列 $X_n, n \geq 1$ 依概率收敛到随机变量 X , 则 $X_n, n \geq 1$ 也依分布收敛到随机变量 X . _____

三、(10分)某批产品中, 甲、乙、丙三个工厂生产的产品分别占45%, 35%, 20%, 各厂生产的次品率分别是4%, 2%, 5%, 现从生产出的产品中任取一件, (1)求取到的是次品的概率; (2)若取到的是次品, 求它是甲厂生产的概率.

四、(10分)设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^2}{9}, & 0 \leq x < 3, \\ 1, & x \geq 3. \end{cases}$$

求: (1) $P(X < 1)$; (2) 随机变量 X 的概率密度函数; (3) $E(X)$, $D(X)$.

五、(10分) 设 (X, Y) 是二维连续型随机变量, 其联合密度函数为

$$p(x, y) = \begin{cases} kxy, & 0 < x < y, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求(1) k 的值; (2) 求 X, Y 的边缘密度函数 $p_X(x), p_Y(y)$; (3) 判断 X, Y 是否独立并给出理由.

六、(10分) 设总体 $X \sim N(0, 1)$, 从此总体中取一个容量为8的样本 (X_1, \dots, X_8) , 设 $Y = (X_1 + X_2 + X_3 + X_4)^2 + (X_5 + X_6 + X_7 + X_8)^2$, 试确定常数 C 使 CY 服从 χ^2 分布. (要求写出证明过程并确定 CY 的自由度).

七、(15分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y), & 0 < x < 2, 0 < y < 2; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求 X, Y 的相关系数 $\rho_{X, Y}$.

八、(15分) 设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \theta x^{-(\theta+1)}, & x > 1; \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

其中 $\theta (\theta > 1)$ 是未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自该总体的样本, 求 θ 的矩估计量和极大似然估计量.

九、(15分) 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, 1)$, 为使得到 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间长度不超过 1.2, 样本容量应为多大? (可能用到的数据: 标准正态分布上侧分位点

$$U_{0.025} = 1.96)$$

十、(15分) 设某厂生产的零件长度 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ (单位: mm), 现从生产出的一批零件中随机抽取了 16 件, 经测量并算得零件长度的平均值 $\bar{x} = 1960$, 标准差 $s = 120$, 如果 σ^2 未知, 在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下, 是否可以认为该厂生产的零件的平均长度是 2050mm? (可能用到的数据 $t_{0.025}(15) = 2.131$)