

安徽师范大学

2019 年硕士研究生招生考试初试试题

科目代码: 601

科目名称: 数学分析

一、(18分) 求 (1) $f(x) = |x-1| + |x-2| + \dots + |x-2018|$ 的最小值; (2) $\left. \frac{d^n (\arcsin x)^2}{dx^n} \right|_{x=0}$.

二、(12分) 设 $x_n = \frac{n}{n+1} \sin^2 \frac{n\pi}{4}$, $n=1, 2, \dots$, 求 $\inf\{x_n\}$, $\sup\{x_n\}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$, $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$.

三、(10分) 若 $\{a_n\}$ 满足 $\prod_{k=1}^n a_k = (\alpha^{n-1} a_n)^n$, $a_1 = 1, a_n > 0, \alpha > 1$ 为常数, 求 $\sum_{i \neq j} a_i a_j$.

四、(10分) 证明: $\left\{ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n \right\}_{n=1}^{\infty}$ 收敛.

五、(10分) 求 $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - \sqrt{1+x^4}} + \sqrt[3]{x^2 + \sqrt{1+x^4}}$, $x \in (0, +\infty)$ 的反函数.

六、(10分) 求 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(a+x)^x - a^x}{x^2}$.

七、(10分) 研究 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1+x^{2n}}$ 的一致连续性.

八、(10分) 设数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_1 = \frac{1}{2}, x_{n+1} = \frac{2x_n}{1+x_n}$, 证明: $x_1 x_2 \dots x_n > \frac{1}{2e}$.

九、(15分) 求一边在 x 轴上, 另外两点在 $y = \frac{x}{1+x^2}$ 上的矩形绕 x 轴旋转所得几何体体积的最大值.

十、(15分) 研究 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \left[\frac{1}{x} \right] & x \neq 0, \\ 0 & x = 0, \end{cases}$ 在 $[0, 1]$ 上的可积性.

十一、(15分) 研究 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln(n)}$ 的敛散性.

十二、(15分) 计算 $\oiint_{\Sigma} x^3 dydz + y^3 dzdx + z^3 dxdy$, 其中 Σ 为 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的外表面.