

# 安徽师范大学

## 2019 年硕士研究生招生考试初试试题

科目代码: 895

科目名称: 概率论与数理统计

1、(10分) 某高校向三家出租车公司 (D、E 和 F) 租用汽车, 20% 的汽车来自 D 公司, 20% 的来自 E 公司, 60% 的来自 F 公司, 而这三家公司在运输中发生故障的概率依次为 0.1, 0.12, 0.04。

(1) 该高校租用汽车发生故障的概率是多少?

(2) 若该高校租用汽车发生故障, 问此汽车来自 F 公司的概率是多少?

2、(10分) 一只盒子里放有五张纸条, 上面分别写有数字 1, 1, 1, 10, 20。若随机从盒子里取出二张纸条, 其上数字之和记为  $Y$ , 求  $Y$  的概率分布。

3、(15分) 设随机变量  $X$  的概率密度为

$$p(x) = \begin{cases} Axe^{-kx}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases} \quad k > 0$$

(1) 确定常数  $A$  (可能与  $k$  有关);

(2) 计算概率  $P(0 < X < \frac{1}{k})$ 。

4、(15分) 设随机变量  $X$  和  $Y$  独立,  $X$  有概率密度函数  $f(x)$ , 而  $Y$  为离散型随机变量, 只取两个值  $a_1$  和  $a_2$ , 概率分别为  $p_1$  和  $p_2$ 。证明:  $X+Y$  有概率密度

$$h(x) = p_1 f(x - a_1) + p_2 f(x - a_2).$$

5、(15分) 设  $X$  的分布为  $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.6 & 0.4 \end{pmatrix}$ , 在  $X=0$  和  $X=1$  的条件下,  $Y$  的条件分布为

$Y$	1	2	3
$P(Y X=0)$	0.25	0.5	0.25

$Y$	1	2	3
$P(Y X=1)$	0.3	0.5	0.2

求  $(X, Y)$  的联合分布, 并求在  $Y \neq 1$  的条件下  $X$  的条件分布。

6、(15分) 设随机变量  $X$  服从区间  $[0,1]$  上的均匀分布,  $Y$  服从参数为 1 的指数分布, 且  $X$  与  $Y$  相互独立。求: (1)  $(X,Y)$  的概率密度; (2)  $P\{X > Y\}$ 。

7、(10分) 设总体  $X \sim N(0,1)$ , 从此总体中取一个容量为 6 的样本  $(X_1, \dots, X_6)$ , 设

$$Y = (X_1 + X_2 + X_3)^2 + (X_4 + X_5 + X_6)^2$$

试确定常数  $C$  使  $CY$  服从  $\chi^2$  分布并指出分布的自由度。

8、(20分) 设总体  $X$  具有密度函数

$$p(x; \theta_1, \theta_2) = \begin{cases} \frac{1}{\theta_2} e^{-\frac{x-\theta_1}{\theta_2}}, & x > \theta_1; \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

其中,  $-\infty < \theta_1 < \infty, \theta_2 > 0$ 。从中获得样本  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , 求  $\theta_1, \theta_2$  的极大似然估计量。

9、(20分) 设总体  $X$  的概率密度为  $p(x) = \begin{cases} \frac{6x}{\theta^3}(\theta-x), & 0 < x < \theta, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$  其中  $\theta$  未知,

$(X_1, X_2, \dots, X_n)$  是来自总体  $X$  的样本, (1) 求  $\theta$  的矩估计  $\hat{\theta}$ ; (2) 求  $\hat{\theta}$  的方差  $D\hat{\theta}$ 。

10、(20分) 设某厂生产的零件长度  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  (单位: mm), 现从生产出的一批零件中随机抽取了 16 件, 经测量并算得零件长度的平均值  $\bar{x} = 1960$ , 标准差  $s = 120$ , 如果  $\sigma^2$  未知, 在显著水平  $\alpha = 0.05$  下, 是否可以认为该厂生产的零件的平均长度是 2050mm?

$$(t_{0.025}(15) = 2.131)$$