

2021 年数学学院硕士研究生入学考试大纲

考试科目名称：高等代数

考试科目代码：[831]

一、考试内容及要求

(一) 多项式

1. 理解数域，多项式，整除，最大公因式，互素，不可约，重因式等概念。了解多项式环，微商，本原多项式，字典排序法，对称多项式，初等对称多项式，齐次多项式，多项式函数等概念。

2. 掌握整除，带余除法定理，最大公因式定理，互素多项式及不可约多项式的判别与性质，多项式唯一因式分解定理，余式定理，因式定理、代数基本定理，Vieta 定理，高斯引理，Eisenstein 判别定理，对称多项式基本定理。

3. 掌握多项式无重因式、多项式相等的判别条件，Lagrange 插值公式，复数域、实数域及有理数域上多项式因式分解理论，有理多项式的有理根范围。

4. 掌握辗转相除法，化对称多项式为初等对称多项式的方法。

(二) 行列式

1. 了解行列式的概念，理解行列式的子式，余子式及代数余子式的概念。

2. 掌握行列式的性质，Cramer 法则，Laplace 定理，行列式乘法公式。

3. 掌握行列式的计算，并且能运用行列式理论解决相关问题。

(三) 线性方程组

1. 理解向量线性相关，向量组等价，极大无关组，向量组的秩，矩阵的秩，基础解系，解空间等概念。

2. 掌握线性方程组有解判别定理，解的结构，以及求解线性方程组的方法。

(四) 矩阵

1. 理解矩阵的基本概念及其性质，掌握矩阵的线性运算、乘法、转置，以及它们的运算规律。

2. 掌握逆矩阵的性质以及矩阵可逆的充要条件。掌握伴随矩阵的概念与性质。理解矩阵的初等变换及矩阵等价的概念，会求矩阵的秩及逆矩阵。

3. 理解分块矩阵，掌握分块阵的运算及初等变换。

(五) 二次型

1. 掌握二次型的概念及二次型的矩阵表示，二次型秩的概念，二次型的标准形、规范形及惯性定律，掌握用合同变换、正交变换化二次型为标准形的方法。
2. 掌握二次型和对应矩阵的正定、半正定、负定、半负定及其判别法。

(六) 线性空间

1. 理解线性空间，子空间，生成子空间，基底，维数，坐标，过渡矩阵，子空间的和与直和，线性空间同构等概念。
2. 掌握基扩张定理，维数公式。会求基底，维数，坐标，过渡矩阵。

(七) 线性变换

1. 理解线性变换，特征多项式，特征子空间，不变子空间，相似变换，相似矩阵，Jordan 标准形，有理标准形，最小多项式等概念。
2. 掌握线性变换的性质，特征值、特征向量的性质，核空间与值域的性质，不变子空间的性质及分解理论。掌握 Hamilton-Cayley 定理及最小多项式理论。
3. 掌握线性变换与矩阵“互化”的思想方法，并能用于解决相关问题。

(八) λ -矩阵

1. 理解 λ -矩阵、可逆 λ -矩阵、 λ -矩阵的行列式因子、不变因子、初等因子等概念，了解 λ -矩阵的标准形。
2. 掌握 λ -矩阵可逆的充要条件， λ -矩阵等价的充要条件，矩阵相似的充要条件，了解 Jordan 标准形的理论推导。
3. 会求 λ -矩阵的标准形及不变因子，会求矩阵的 Jordan 标准形。

(九) 欧几里得空间

1. 掌握内积，欧氏空间，向量长度、夹角、距离，度量矩阵，标准正交基、正交补，正交变换，正交阵，对称变换，同构等概念。
2. 掌握 Schmidt 正交化方法。掌握标准正交基的性质，正交变换的性质，正交阵的性质，对称变换的性质及标准形。
3. 掌握实对称阵的特征值、特征向量的性质。会用正交相似变换将实对称阵相似（合同）对角化。

二、试卷结构

考试时间：180 分钟，满分：150 分，其中主观题的比例不低于 60%。