# 汕头大学2020年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：803
科目名称：高等数学基础
适用专业：学科教学(数学)

**考生须知**

答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用黑色字迹签字笔作答，答题要写清题号，不必抄原题。

## 高等数学部分的试题

一、单项选择题（在每个小题四个备选答案中选出一个正确答案，填在题末的括号中）**(本大题 4 小题，每小题 2 分，共 8 分).**

1. (本小题2分) 设函数$y=f(x)$在点$x$处可导,则它在点$x$处的微分$dy$是指(　　).

$A.\ f'(x)$, 　$B.\ \Delta f(x)$, 　$C.$ 很小的量, 　$D.\ f'(x)\Delta x$.

2. (本小题2分) 已知$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a-\cos x}{x\sin x}=\dfrac{1}{2}$, 则$a$的值为(　　).

$A.\ 0$, 　$B.\ 1$, 　$C.\ 2$, 　$D.\ -1$.

3. (本小题2分) $f(x)=\begin{cases} x\arctan\dfrac{1}{x^2}, & 当x<0 \\ \dfrac{\sin x}{x+1}, & 当x\ge 0 \end{cases}$,则关于$f(x)$的连续性的正确结论是(　　).

$A.$ $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上处处连续, 　$B.$ 只有一个间断点$x=0$,

$C.$ 只有一个间断点$x=-1$, 　$D.$ 有两个间断点.

4. (本小题2分) $e^x=1+x+\dfrac{x^2}{2!}+R_2(x)$,则$R_2(x)=$(　　).

$A.\ \dfrac{e^{\xi}}{3!}x^3$, 　$B.\ \dfrac{e^{x}}{3!}\xi^3$, 　$C.\ \dfrac{e^{\xi}}{4!}x^4$, 　$D.\ \dfrac{e^{x}}{4!}\xi^4$.

(式中$\xi$介于0与$x$之间).

二、解答下列各题 **(每小题 7 分，本大题共 35 分).**

**1.**（本小题 7 分）求极限$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\ln(1+x)}-\dfrac{1}{x}\right)$.

**2.**（本小题 7 分）求极限$\lim\limits_{x\to 0^+}(\cos x)^{\frac{1}{x}}$.

3.（本小题7分）求极限 $\lim\limits_{x\to+0}\dfrac{\int_0^{x^2} t^2\,\mathrm{d}t}{\int_0^x t^2(t-\sin t)\,\mathrm{d}t}$.

4.（本小题7分）已知 $\begin{cases} x=\ln(1+t^2) \\ y=\arctan t \end{cases}$ 确定了函数 $y=y(x)$, 求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$.

5.（本小题7分）设 $y=y(x)$ 由方程 $y\cos x-\sin(x+y)=0$ 所确定, 求导数 $y'$.

三 、解答下列各题 (每小题7分，本大题共21分).

1.（本小题7分）求定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x^4-x+1)\sin x\,\mathrm{d}x$.

2.（本小题7分）求广义积分 $\int_1^{\mathrm{e}}\dfrac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{1-(\ln x)^2}}$.

3.（本小题7分）求不定积分 $\int\dfrac{1}{a^2\sin^2 x+b^2\cos^2 x}\mathrm{d}x$，其中 $a,b$ 是不全为0的非负常数.

四、（本题8分）求函数 $y=\sqrt{x}\ln x$ 的极值.

五、解答下列各题 (每小题6分，本大题共18分)

1.（本小题6分）令 $F(x)=\int_0^x t\,f(x^2-t^2)\,\mathrm{d}t$，其中 $f(u)$ 连续可微，求 $F'(x)$.

2.（本小题6分）设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, $(0,1)$ 内可导，且 $3\int_{\frac{2}{3}}^{1}f(x)\,\mathrm{d}x=f(0)$，证明在 $(0,1)$ 内存在一点 $c$，使 $f'(c)=0$.

3.（本小题6分）设正项数列 $\{a_n\}$ 单调减少，且 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ 发散，试问 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{1}{a_n+1}\right)^n$ 是否收敛？并说明理由.

## 线性代数部分的试题

六、单项选择题（在每个小题四个备选答案中选出一个正确答案，填在题末的括号中）(本大题5小题，每小题2分，共10分).

**1.**（本小题 **2** 分）$A,B$ 都是 $n$ 阶矩阵，且 $AB=0$ 则必有（　　　）.

A、$A=0$ 或 $B=0$.　　B、$|A|=|B|=0$.　　C、$A=B=0$.　　D、$|A|=0$ 或 $|B|=0$.

**2.**（本小题 **2** 分）设 $G$ 是 5 阶的可逆方阵, 且 $|G|\neq 1$, $G^*$ 是 $G$ 的伴随矩阵, 则有（　　　）.

A、$|G^*|=G$,　　B、$|G^*|=\dfrac{1}{|G|}$,　　C、$|G^*|=|G^4|$,　　D、$|G^*|=|G|^5$.

**3.**（本小题 **2** 分）设 $A$ 是 4 阶方阵，且行列式 $|A|=8$, $B=-\dfrac{1}{2}A$, 则 $|B|=$（　　　）.

A、$-4$,　　B、$4$,　　C、$-\dfrac{1}{2}$,　　D、$\dfrac{1}{2}$.

**4.**（本小题 **2** 分）线性方程组 $\begin{cases} ax-by=1 \\ bx+ay=0 \end{cases}$，若 $a,b$ 不全为零, 则方程组（　　　）.

A、无解,　　B、有唯一解,　　C、有无穷多解,　　D、其解需要讨论多种情况.

**5.**（本小题 **2** 分）设 $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, $C=(c_{ij})=AB$. 则

$c_{13}=$（　　　）.

A、2,　　B、1,　　C、$-1$,　　D、12.

七、解答下列各题（每小题 **7** 分，本大题共 **21** 分）

**1.**（本小题 **7** 分）计算行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \\ 5 & 0 & 6 & -2 \end{vmatrix}$.

**2.**（本小题 **7** 分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, 求 $A^{-1}$.

**3.**（本小题7分）试问下列齐次线性方程组$\begin{cases} x+y-3z-w=0 \\ 3x-y-3z+4w=0 \\ x+5y-9z-8w=0 \end{cases}$是否有非零解，如果有，请求出其基础解系.

八、解答下列各题 (本大题16分，每小题8分)

**1.**（本小题8分）设$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$，问$A$是否可逆？如可逆，求$A^{-1}$，如不可逆，求$A$的伴随矩阵$A^*$.

**2.**（本小题8分）试问方程组$\begin{cases} x_1+x_2-3x_2-x_4=1 \\ 3x_1-x_2-3x_3+4x_4=4 \\ x_1+5x_2-9x_3-8x_4=0 \end{cases}$是否有解？如果有，请求出通解.

九、证明题（本大题13分）

**1.**（本小题7分）设$A$是$n$阶实矩阵，证明：若$AA'=0$. 则$A=0$.

**2.**（本小题6分）证明：任意方阵都能唯一地表示成对称矩阵与反对称矩阵的和.