

汕头大学 2018 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 601
科目名称: 数学(理)
适用专业: 环境科学

考生须知

答案一律写在答题纸上, 答在
试题纸上的不得分! 请用黑色字迹
签字笔作答, 答题要写清题号, 不
必抄原题。

一. 单项选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的, 请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 设 $P(A) > 0$, $P(B) > 0$, 则下列公式正确的是()。

A、 $P(A-B) = P(A)[1-P(B)]$ B、 $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$

C、 $P(AB|A) = P(B|A)$ D、 $P(A|B) = P(B|A)$

2. 设 ξ 是一个连续型变量, 其概率密度为 $\varphi(x)$, 分布函数为 $F(x)$, 则对于任意 x 值有()。

A、 $P(\xi = 0) = 0$ B、 $\varphi(x) > 0$ C、 $P(\xi = x) = \varphi(x)$ D、 $P(\xi = x) = F(x)$

3. 设 $\xi \sim N(0, 1)$, $\eta \sim N(a, \sigma^2)$ 则 η 与 ξ 之间的关系是()。

A、 $\eta = \frac{\xi - a}{\sigma}$ B、 $\eta = a + \sigma\xi$ C、 $\eta = \frac{\xi - a}{\sigma^2}$ D、 $\eta = a + \sigma^2\xi$

4. 设 ξ 服从 $[0, 1]$ 上的均匀分布, $\eta = 1 - 2\xi$ 则()。

A、 η 服从 $[-1, 1]$ 上的均匀分布 B、 η 服从 $[0, 1]$ 上的均匀分布

C、 η 的密度函数 $\varphi_\eta(y) = \begin{cases} 0 & -1 \leq y \leq 1 \\ 1 & \text{其余} \end{cases}$ D、 η 在 $[0, \frac{1}{2}]$ 上服从均匀分布

5. 设 $\varphi(x)$ 是某随机变量 ξ 的密度函数, 则有()。

A、 $0 \leq \varphi(x) \leq 1$ B、 $\varphi(x)$ 单调不减 C、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = 1$ D、 $\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) dx = 1$

6. 将一枚硬币抛掷三次, 设头两次抛掷中出现正面的次数为 ξ , 第三次抛掷出现正面的次数为 η , 二维随机变量 (ξ, η) 所有可能取值的数对有()。

A、2 对 B、6 对 C、3 对 D、8 对

汕头大学 2018 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

7、设随机变量 ξ 与 η 相互独立, 且有相同的分布列

ξ 或 η	-1	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

则下列结论正确的是()。

- A、 $\xi = \eta$ B、 $\xi + \eta = 2\xi$
 C、 $\xi - \eta = 0$ D、 $\max(\xi, \eta)$ 的分布为

$\max(\xi, \eta)$	-1	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

8、设随机变量 ξ 服从 $\lambda = 2$ 的泊松分布。则随机变量 $\eta = 2\xi$ 的方差 $D(2\xi) = ()$ 。

- A、8 B、4 C、2 D、16

9、样本 (X_1, \dots, X_n) 取自概率密度为 $\varphi(x)$ 的总体, 则有()。

- A、 $X_i \sim \varphi(x) (i=1, 2, \dots, n)$ B、 $\min(X_1, X_2, \dots, X_n) \sim \varphi(x)$
 C、 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \sim \varphi(x)$ D、 $\sum_{i=1}^n X_i$ 与 $\sum_{i=1}^n X_i^2$ 独立

10、设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $X \sim N(\mu_0, \sigma^2)$ 的样本 $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$,

则统计量 $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$ 服从()。

- A、 $T \sim N(0, 1)$ B、自由度为 $n-1$ 的 t 分布
 C、自由度为 n 的 t 分布 D、自由度为 $n-1$ 的 χ^2 分布

二. 计算 (本题共 11 小题, 共 110 分)

1、(本题 8 分) 设 A, B 为两相互独立的事件, $P(A \cup B) = 0.8, P(A) = 0.5$, 求 $P(B)$ 。

汕头大学 2018 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

2、(本题 8 分) 从放有 5 个白球和 3 个黑球的袋中连续取两个球 (取后不放回袋中), 求两次都取得白球的概率。

3、(本题 8 分) 设事件 A 在每一次试验中发生的概率为 0.3, 当 A 发生不少于 3 次时, 指示灯发出信号, 现进行了五次独立试验, 求指示灯发出信号的概率。

4、(本题 8 分) 设随机变量 ξ 服从参数 $\lambda = \frac{1}{2}$ 的指数分布, 求: (1) 写出概率密度函数 $\varphi(x)$; (2) 事件“ $-2 \leq \xi < 6$ ”的概率。

5、(本题 10 分) 甲乙两人独立地向目标进行射击, 甲的命中率为 0.6, 乙的命中率为 0.4, 两人各射 2 发, 命中次数多的获胜, 求乙胜甲的概率。

6、(本题 18 分) 设随机变量 (ξ, η) 的概率密度为 $\varphi(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y) & 0 < x \leq 2, 0 < y \leq 2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$,

求 $E(\xi), D(\xi), D(\eta), D(\eta)$ 及 ξ, η 的相关系数 $\rho_{\xi\eta}$ 。

7、(本题 10 分) 在相同条件下, 对某物的长度进行 n 次独立地测量, 设各次测量的结果均服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 试求 n 次测量结果的平均长度的数学期望和方差。

8、(本题 12 分) 某批产品的次品率是 0.005, 试求任意抽取 10000 件产品中次品数不多于 70 件的概率。

9、(本题 8 分) 设某种灯泡的使用寿命服从参数 λ 的指数分布, 今抽取 20 个灯泡测得使用寿命数据如下: (单位: 小时) 20, 25, 39, 52, 69, 105, 136, 150, 280, 300, 330, 420, 460, 510, 630, 180, 200, 230, 828, 1150, 求 λ 的最大似然估计量。

10、(本题 10 分) 设总体 $X \sim N(\mu, 0.09)$ 现获得 6 个观察值: 15.1, 15.2, 14.8, 14.9, 15.1, 14.6 求总体均值 μ 的 98% 的置信区间。

11、(本题 10 分) 正常人的脉搏平均为 72 次/分, 今对某种疾病患者 9 人, 测得其脉搏为 (次/分):

68 65 77 70 64 69 72 62 71

设患者的脉搏次数 X 服从正态分布, 经计算得其标准差为 4.583。试在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下, 检测患者的脉搏与正常人的脉搏有无显著差异?

三. 证明 (本题共 2 小题, 共 20 分)

1、(本题 10 分) $X \sim N(a, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为 X 的一个样本, 证明:

汕头大学 2018 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

$$E\left[\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2\right] = (n-1)\sigma^2.$$

2、(本题 10 分) 设总体 X 的期望 EX ，方差 DX 均存在， x_1, x_2 是 X 的一个样本，试证明统计量 (1) $f_1(x_1, x_2) = \frac{1}{3}x_1 + \frac{2}{3}x_2$ ，(2) $f_2(x_1, x_2) = \frac{1}{6}x_1 + \frac{5}{6}x_2$ 都是 EX 的无偏估计量，并说明那一个较为有效？

附：标准正态分布函数表 $\Phi_0(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^u e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ ：

$$\Phi_0(1) = 0.8413, \quad \Phi_0(1.45) = 0.926, \quad \Phi_0(1.64) = 0.95, \quad \Phi_0(1.96) = 0.975,$$

$$\Phi_0(2) = 0.9772, \quad \Phi_0(2.33) = 0.99, \quad \Phi_0(2.57) = 0.995, \quad \Phi_0(2.84) = 0.9977,$$

$$\Phi_0(x) = 1, x > 4.$$

t 分布表 $P\{|t(n)| > t_\alpha\} = \alpha$ ：

$$t_{0.01}(5) = 4.03, \quad t_{0.01}(6) = 3.71, \quad t_{0.02}(5) = 3.36, \quad t_{0.02}(6) = 3.14, \quad t_{0.05}(8) = 2.306,$$

$$t_{0.05}(9) = 2.262, \quad t_{0.05}(10) = 2.228.$$