

# 汕头大学 2019 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 803

科目名称: 高等数学基础

适用专业: 教育专业硕士 (学科教学-数学)

### 考生须知

答案一律写在答题纸上, 答在  
试题纸上的不得分! 请用黑色字迹  
签字笔作答, 答题要写清题号, 不  
必抄原题。

一、计算下列各题 (每小题 8 分, 共 56 分)

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{1+\sin^2 x} - \sqrt{1-\sin^2 x}}$ ;      2. 计算不定积分  $\int \frac{dx}{x(x^2+1)}$ ;

3. 求反常积分  $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$ ;      4. 求曲线  $e^{xy} - 2x - y = 3$  在  $x=0$  处的切线方程;

5. 求极限  $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\tan(xy)}{y}$ ;      6. 设  $z = x^3 y^2 - x^2 - e^y$ , 求  $dz$ ;

7. 计算二次积分  $\int_0^1 dx \int_x^1 e^{-\frac{y^2}{2}} dy$ .

二、解答下列各题 (每小题 9 分, 共 18 分)

1. 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  有连续的一阶导数,  $x_0 \in (a, b)$  且  $f''(x_0)$  存在, 求极限

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x_0+t) + f(x_0-t) - 2f(x_0)}{t^2}$$

2. 当  $x$  为何值时, 函数  $I(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$  有极值? 极大还是极小? 极值是多少?

三、(8 分) 求函数  $u(x, y, z) = xy^2z$  在条件  $x^2 + y^2 + z^2 = 4R^2$ ,  $x > 0$ ,  $y > 0$ ,  $z > 0$  下的极大值, 并证明对任意正数  $a, b, c$ , 成立  $ab^2c \leq \frac{1}{64}(a+b+c)^4$ , 其中  $R > 0$ .

四、(8 分) 若正项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  收敛 ( $a_n > 0$ ), 证明:  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1+a_1)(1+a_2) \cdots (1+a_n)$  存在.

五、(10 分) 计算  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 3 \\ 4 & 6 & 8 & 8 \end{vmatrix}$ .

六、(20 分) 设  $A$  为  $R^3$  上的线性变换, 在自然基  $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3\}$  下的矩阵为  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

1) 分别求  $A$  的像集  $\text{Im}(A)$  与核  $\text{Ker}(A)$  的一组基;

2) 在核  $\text{Ker}(A)$  中选一组基, 把它扩充为  $R^3$  的一组基, 并求  $A$  在这组基下的矩阵.

# 汕头大学 2019 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

七、(10分) 设  $A, B$  为  $R$  上  $n \times n$  矩阵。证明:  $AB$  与  $BA$  有相同的特征值.

八、(20分) 证明: 
$$\begin{bmatrix} x & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_0 \\ -1 & x & 0 & \cdots & 0 & a_1 \\ 0 & -1 & x & \cdots & 0 & a_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & a_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & x + a_{n-1} \end{bmatrix}$$
 的行列式等于  $x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1x + a_0$ .