

汕头大学 2019 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：601

科目名称：数学（理）

适用专业：环境科学

考生须知

答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用黑色字迹签字笔作答，答题要写清题号，不必抄原题。

一. (20 分, 共 3 小题)

1. 已知 $P(A) = 0.1, P(B) = 0.3, P(A|B) = 0.2$, 求

(1) $P(AB)$ (2) $P(A \cup B)$ (3) $P(B|A)$ (4) $P(\overline{A\overline{B}})$.

2. 设随机变量 ξ 与 η 的方差, $D(\xi) = 25, D(\eta) = 36$, 相关系数 $\rho(\xi, \eta) = 0.4$,

试求 $D(\xi + \eta), D(\xi - \eta)$.

3. 设 ξ 与 η 相互独立, $P\{\xi = 0\} = P\{\xi = 1\} = \frac{1}{2}, P\{\eta < x\} = x$ ($0 \leq x \leq 1$), 求

$$P\left\{\xi\eta < \frac{1}{4}\right\}.$$

二. (12 分) 在总体 $N(52, 60^2)$ 中随机抽取一容量为 25 的样本, 求样本均值 \bar{x} 落在 50.8 与 55.8 之间的概率。

三. (12 分) 人们为了解一支股票未来一定时期内价格的变化, 往往会去分析影响股票价格的基本因素, 比如利率的变化。现假设人们经分析估计利率下调的概率为 60%, 利率不变的概率为 40%。根据经验, 人们估计, 在利率下调的情况下, 该支股票价格上涨的概率为 80%, 而在利率不变的情况下, 其价格上涨的概率为 40%, 求:

(1) 该支股票价格上涨的概率。

(2) 在股票价格已经上涨的情况下, 试判断它是由利率下调引起的概率。

四. (22 分, 共 2 小题)

1. 设连续型随机变量 ξ 的密度函数为: $\varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sin x & 0 \leq x < \pi \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 求 $P\left\{\xi \geq \frac{\pi}{3}\right\}$.

汕头大学 2019 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

2. 一袋中有 3 只白球, 2 只黑球, 3 只红球, 在其中任取 2 只球, 以 ξ 表示取到白球的只数, 以 η 表示取到黑球的只数, 求 $E(\xi)$ 及 $E(\eta)$.

五. (22 分, 共 2 小题)

1. 设总体 $X \sim N(\mu, 0.09)$, 现获得 6 个观察值: 15.1, 15.2, 14.8, 14.9, 15.1, 14.6, 求总体均值 μ 的 98% 的置信区间。

2. 假定某厂生产一种钢索, 它的断裂强度 ξ (kg/cm^2) 服从正态分布 $N(\mu, 40^2)$. 从中选取一个容量为 9 的样本, 得 $\bar{X} = 780 \text{kg/cm}^2$. 能否据此样本认为这批钢索的断裂强度为 800kg/cm^2 ($\alpha = 0.05$)?

六. (14 分) 一家有 800 间客房的宾馆的每间客房内装有一台 2 千瓦的空调机. 若该宾馆夏季的开房率为 70%, 试用中心极限定理计算, 至少应供应多少千瓦的电力, 才能使该宾馆至少以 99% 的概率保证有充足的电力开动空调机 (假设该宾馆各个房间是否开房是相互独立的)?

七. (24 分, 共 2 小题)

1. 设二维随机变量 (X, Y) 服从平面区域 $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ 上的均匀分布,

(1) 求 (X, Y) 的边缘概率密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$;

(2) 问: X 与 Y 是否相互独立?

2. 某商品一周销售是一随机变量其密度为:
$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{100} e^{-x/100} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

且各周销售量相互独立, 求两周的平均销售量不少于 100 的概率。

汕头大学 2019 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

八. (24分, 共2小题)

1. 设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 是取自总体 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 求:

- (1) 写出样本均值 \bar{X} 与样本方差 S^2 的表达式;
- (2) 求 $E(\bar{X})$ 、 $D(\bar{X})$;
- (3) 求 \bar{X} 所服从的分布。

2. 设 $\hat{\theta}$ 是参数 θ 的无偏估计且有 $D(\hat{\theta}) > 0$, 问 $(\hat{\theta})^2$ 是否为 θ^2 的无偏估计? 证明你的论断。

附录. 标准正态分布函数表 $\Phi_0(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{x^2}{2}} dx$:

$$\Phi_0(0.02)=0.5080, \quad \Phi_0(0.06)=0.5239, \quad \Phi_0(0.32)=0.6255,$$

$$\Phi_0(0.10)=0.5398$$

$$\Phi_0(1.28)=0.9, \quad \Phi_0(1.64)=0.95, \quad \Phi_0(1.96)=0.975,$$

$$\Phi_0(2.33)=0.99, \quad \Phi_0(2.06)=0.98, \quad \Phi_0(2.57)=0.995.$$

t 分布表 $P\{|t(n)| > t_\alpha\} = \alpha$:

$$t_{0.01}(5) = 4.032, \quad t_{0.01}(6) = 3.707, \quad t_{0.02}(5) = 3.365, \quad t_{0.02}(6) = 3.143,$$

$$t_{0.025}(8) = 2.306, \quad t_{0.025}(9) = 2.262, \quad t_{0.05}(8) = 1.8595, \quad t_{0.05}(9) = 1.8331.$$