

# 中国计量大学

## 2020 年硕士研究生招生考试试题

考试科目代码：713

考试科目名称：数学分析

**所有答案必须写在报考点提供的答题纸上，答在试卷或草稿纸上无效。**

一、填空题（每小题 8 分，共 64 分）

1. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \sin x} \right) =$  \_\_\_\_\_;

2. 设函数  $y = y(x)$  由方程  $\begin{cases} x = \sin at \\ y = \cos bt \end{cases}$  所确定，则  $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t=0} =$  \_\_\_\_\_;

3. 曲面  $\sin(x+z) - y(z+2) + e^{xy} = 1$  在点  $(-1, 0, 1)$  处的切平面方程是 \_\_\_\_\_;

4. 设  $f(x)$  的一个原函数为  $\frac{\cos x}{x}$ ，则  $\int x f'(x) dx =$  \_\_\_\_\_;

5. 积分  $\int_0^1 dy \int_{1-y}^1 \frac{y \sin x}{x} dx =$  \_\_\_\_\_;

6. 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{\sqrt{n}}$  的收敛域是 \_\_\_\_\_;

7. 设  $z = f(u, v)$  具有二阶连续偏导数，且  $u = x + cy$ ， $v = x - cy$ ，其中  $c$  为非零常数，则

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} =$$
 \_\_\_\_\_;

8. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^x + e^{2x} + e^{3x}}{3} \right)^{\frac{1}{\sin x}} =$  \_\_\_\_\_。

二、计算题（每小题 12 分，共 72 分）

1. 求不定积分  $\int \frac{xdx}{\sqrt{1+x+1}}$  ；

2. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sin t dt}{x^3(e^x - 1)}$  ；

3. 计算  $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy dz$  ，其中  $\Omega$  是由曲面  $z = x^2 + y^2$  及  $z = 9$  所围成的闭区域；

4. 设  $a_n = \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2^2} \cdots \cos \frac{\theta}{2^n}$  ，求  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  ；

5. 计算曲线积分  $\int_L \frac{-ydx + xdy}{x^2 + y^2}$  ，其中  $L: x^2 + y^2 = 1$  取逆时针方向；

6. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$  的和函数。

三、证明题（每小题 7 分，共 14 分）

1. 设  $a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} + \cdots + \frac{a_n}{n+1} = 0$  ，证明：  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n = 0$  在区间  $(0,1)$  内至少有一个根。

2. 设  $u_n \neq 0$  ，且  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{u_n} = 1$  ，证明级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{1}{u_n} + \frac{1}{u_{n+1}} \right)$  是条件收敛。

【完】