广东工业大学

2021年硕士学位研究生招生考试试题

考试科目（代码）名称：(870)数值分析　　　　满分 150 分

（考生注意：请在答题纸答题区域作答，否则答题无效。答卷封面需填写自己的准考证编号，答完后连同本试题一并交回！）

一、填空题（每小题 6 分，共 60 分）

1、用$1+x$近似表示e^x所产生的误差是(　　)误差。

2、若$f(x)=x^3+x+2$，则$f[1,2,3]=$(　　　)，$f[0,1,2,3]=$(　　)。

3、插值型求积公式$\sum_{k=0}^{n}A_k f(x_k)\approx\int_a^b f(x)dx$至少具有(　　)次代数精度，而 Gauss 求积公式至少具有（　　）次代数精度。

4、若$X=\begin{pmatrix}1&-2&2\\-2&2&4\\2&4&2\end{pmatrix}$，则$\|X\|_\infty=$(　　)，$\|X\|_1=$(　　)。

5、设 $A=\begin{pmatrix}100&99\\99&98\end{pmatrix}$，则$cond(A)_\infty=$(　　　)。

6、用杜利特尔分解$A=\begin{bmatrix}2&2&3\\4&7&7\\-2&4&5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0\\2&1&0\\-1&a&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&2&3\\0&b&1\\0&0&6\end{bmatrix}$时，$a,b$的值分别是(　　)和（　）。

7、若$A=\begin{pmatrix}1&-2&2\\-2&-2&4\\2&4&-2\end{pmatrix}$，则其谱半径$\rho(A)=$ (　　)。

8、对任意初始向量$x^{(0)}$及常向量g，迭代过程$x^{(k+1)}=Bx^{(k)}+g$收敛的充要条件是（　　　）。

9、用简单迭代法求方程$f(x)=x^3-x-1$的正实根，迭代格式$x_{k+1}=\sqrt[3]{x_k+1}$，($k=0,1,2,\cdots$)是（　　　　　）阶收敛的。

10、若$f(x)=(x-1)^3, x\in[0,1]$，则$\|f\|_2=$（　　　　　）。

二、综合题（1-6 题，每题 10 分，7-8 题，每题 15 分，共 90 分）

1、在 $-4 \le x \le 4$ 上给出 $f(x)=e^x$ 的等距节点函数表，若用二次插值求 e^x 的近似值，要使截断误差不超过 10^{-6}，问使用函数表的步长 h 应取多少？

2、设有某实验数据如下表，试用最小二乘法求一次多项式拟合表中的数据。

x_i	1.36	1.73	1.95	2.28
y_i	14.094	16.844	18.475	20.963

3、确定下列求积公式中的待定参数，使其代数精度尽量高，并指明所构造出的求积公式所具有的代数精度。

$$\int_{-2h}^{2h} f(x)dx \approx A_{-1}f(-h)+A_0 f(0)+A_1 f(h);$$

4、设方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2=b_1, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2=b_2, \end{cases} \quad (a_{11},a_{22}\neq 0)$$

的迭代公式为

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)}=\dfrac{1}{a_{11}}(b_1-a_{12}x_2^{(k)}), \\ x_2^{(k+1)}=\dfrac{1}{a_{22}}(b_2-a_{21}x_1^{(k)}), \end{cases} \quad (k=0,1,2,\cdots,n)$$

证明：由上述迭代公式产生的向量序列 $\{x^{(k)}\}$ 收敛的充分必要条件是 $r=\left|\dfrac{a_{12}a_{21}}{a_{11}a_{22}}\right|<1$。

5、利用反幂法求矩阵

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

的最接近于 6 的特征值及对应的特征向量。

6、用梯形法求解初值问题

$$\begin{cases} y' = x + y, 0 \le x \le 0.5 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

取步长 $h = 0.1$，并与准确解 $y = -x - 1 + 2e^x$ 相比较。

7、应用牛顿法于方程 $f(x) = 1 - \frac{a}{x^2} = 0$，

（1）导出求 $\sqrt{a}$ 的迭代公式；

（2）证明此迭代公式是二阶收敛的；

（3）用此公式求 $\sqrt{115}$ 的值。

8、证明：

（1）如果 A 是对称正定阵，则 A^{-1} 也是正定阵；

（2）如果 A 是对称正定阵，则 A 可唯一写成 $A = L^T L$,其中 L 是具有正对角元的下三角阵。