

## 609 数学专业基础课考试大纲

请考生注意:

- 1、数学专业基础课试题含数学分析、高等代数二门课程的内容。
- 2、每门课试题满分 75 分。

### 数学分析考试大纲

#### 一、基本内容与要求

##### (一) 极限论

- 1、透彻理解和掌握数列极限, 函数极限的概念。掌握并能运用  $\varepsilon$ - $N$ ,  $\varepsilon$ - $X$ ,  $\varepsilon$ - $\delta$  语言处理极限问题。
- 2、掌握收敛数列的性质及运算。掌握数列极限的存在条件(单调有界准则, 迫敛性法则, 柯西准则); 掌握函数极限的性质和归结原则; 熟练掌握利用两个重要极限处理极限问题。
- 3、理解无穷小量和无穷大量的定义、性质和关系, 掌握无穷小量阶的比较和方法。
- 4、理解与掌握一元函数连续性的定义(点, 区间), 间断点及其分类, 连续函数的局部性质; 理解单侧连续的概念。
- 5、掌握和应用闭区间上连续函数的性质(最大最小值性、有界性、介值性、一致连续性); 掌握初等函数的连续性, 理解复合函数的连续性, 反函数的连续性。
- 6、掌握实数连续性定理: 闭区间套定理、单调有界定理、柯西收敛准则、确界存在定理、聚点定理、有限覆盖定理。
- 7、理解平面点集的基本概念, 二元函数的极限, 累次极限, 连续性概念; 了解闭区间的套定理, 有限覆盖定理, 多元连续函数的性质。

##### (二) 微分学

- 1、理解和掌握导数与微分概念及其几何意义; 能熟练地运用导数的运算性质和求导法则求函数的导数(特别是复合函数)。
- 2、理解单侧导数、可导性与连续性的关系; 掌握高阶导数的求法, 导数的几何应用, 微分在近似计算中的应用。
- 3、熟练掌握中值定理的内容、证明及其应用; 熟练掌握泰勒公式及在近似计算中的应用, 能够把某些函数按泰勒公式展开。
- 4、能熟练地运用罗必达法则求不定式的极限; 掌握函数的某些基本特性(单调性、极值与最值、凹凸性、拐点及渐近线), 能较正确地作出某些函数的图象。
- 5、掌握偏导数、全微分、方向导数、高阶偏导数、极值等概念; 搞清全微分、偏导数、连续之间的关系; 掌握多元函数泰勒公式; 会求多元函数的极值。
- 6、掌握隐函数的概念及隐函数的存在定理; 会求隐函数的导数; 会求曲线的切线方程, 法平面方程, 曲面的切平面方程和法线方程; 掌握条件极值概念及求法。

##### (三) 积分学

- 1、掌握原函数和不定积分概念; 熟练掌握换元积分法、分部积分法、有理式积分法和三角有理式积分法, 并能利用它们来求函数的积分; 会计算简单的无理函数的积分。
- 2、掌握定积分概念及函数可积的条件; 熟悉一些可积分函数类; 掌握定积分与可变上限积分的性质; 能熟练地运用牛顿-莱布尼兹公式, 换元积分法, 分部积分法计算一些定积分。

3、掌握定积分的几何应用；掌握定积分在物理上的应用；掌握"微元法"。

4、掌握广义积分的收敛、发散、绝对收敛与条件收敛等概念；能用收敛性判别法判断某些反常积分的收敛性。

5、掌握含参变量定积分的概念与性质；掌握含参变量广义积分的收敛与一致收敛的概念；掌握含参变量广义积分一致收敛的判别法；熟练应用欧拉公式。

6、掌握两类曲线积分的概念及计算；掌握两类曲线积分的性质；掌握两类曲线积分的关系；掌握格林公式的证明某些应用；会计算曲线积分。

7、掌握二重、三重积分的概念、性质；会计算重积分；会求图形的面积，体积及物体的质量与重心。

8、掌握两类曲面积分的概念及计算；掌握两类曲面积分的性质；掌握两类曲面积分的关系；会计算曲面积分。

9、掌握 Gauss 公式、Stokes 公式及其应用。

10、理解场论中的基本概念（梯度、散度、环量、旋度、保守场和势函数），掌握保守场的判别条件。

#### （四）级数论

1、理解无穷级数的收敛，发散，绝对收敛与条件收敛等概念；掌握收敛级数的性质；能熟练应用正项级数与任意项级数的敛散性判别法判断级数的（绝对）敛散性；熟悉几何级数、调和级数与  $p$  级数。

2、掌握收敛域、极限函数与和函数、函数项级数与函数列的一致收敛等概念；掌握极限函数与和函数的分析性质(会证明)；能够比较熟练地判断一些函数项级数与函数列的一致收敛。

3、掌握幂级数，函数的幂级数及函数的可展成幂级数等概念；掌握幂级数的性质；会求幂级数的收敛半径与一些幂级数的收敛域；会把一些函数展开成幂级数，包括会用间接展开法求函数的泰勒展开式。

4、掌握三角函数系的正交性与函数的傅里叶级数的概念；能正确地叙述傅里叶级数收敛性判别法；能将一些函数展开成傅里叶级数。

# 高等代数考试大纲

## 一、基本内容与要求

### 1、整数与数域上多项式的基本理论

掌握整数与多项式（包括对称多项式）的基本概念和求最大公因式的 Euclid 算法，整除与最大公因式的基本性质，复数域及实数域上的多项式因式分解定理，多项式函数的特点及根与系数的关系，有理系数多项式基本性质及 Eisenstein 准则，了解多元多项式基本概念，代数基本定理及其应用。

### 2、线性方程组

掌握求解线性方程组的 Gauss 消元法，有解判定准则和解的结构定理；熟练掌握行列式性质与运算，用行列式解线性方程组的方法，初等变换的性质，运算以及在求秩、逆矩阵及解线性方程组等方面的应用。熟练掌握线性方程组的秩，齐次线性方程组的解空间维数，非齐次线性方程组的一般解之间的关系，性质及求法。

### 3、矩阵运算

了解矩阵及其运算以及和数域  $F$  上向量空间  $F^n$  上的线性映射的关系；熟练掌握矩阵的计算方法和基本性质及计算技巧，矩阵的秩与线性方程组的秩的关系，矩阵法解线性方程组的技巧；初等矩阵与初等变换的关系及运用技巧，学会线性方程组问题和矩阵问题的对应关系。熟练掌握矩阵的等价、相似、合同的概念和性质，以及与线性方程组、线性变换、二次型的关系，会利用它们解决相关问题。

### 4、线性空间基本理论

熟练掌握线性空间、线性映射的基本概念和理论，如向量的线性相关与线性无关及其性质、判断条件，向量组的秩相关性质及其灵活运用，子空间、不变子空间和直和的定义与性质，空间的同态、同构、向量的坐标及其在线性映射的性质。掌握空间的分解和分块阵的关系，线性空间在解线性方程组中的应用。

### 5、线性变换的基本性质和理论

熟练掌握线性变换的运算性质及特征值、特征向量和特征多项式的定义和计算，线性变换与矩阵的关系，矩阵相似的概念和判定方法，Jordan 标准形的计算应用，矩阵对角化的条件和判定方法；掌握线性变换的像与核的概念、性质，维数定理及其应用；了解线性变换的最小多项式、 $\lambda$ -矩阵的性质和应用及有理标准形的定义。

### 6、欧几里得空间基本理论

掌握欧几里得空间的基本性质，正交基和 Schmidt 正交化方法以及实对称矩阵的基本性质，正交变换的性质及应用，掌握将实对称矩阵通过正交变换化成对角阵的方法；了解最小二乘法及酉空间的定义；学会将线性方程组问题，矩阵问题，线性变换问题的相互转化，“几何地”思考理解线性代数问题。

### 7、对称矩阵和二次型理论

掌握二次型的基本理论及与矩阵理论的对应关系，掌握正定二次型的性质和应用及将实二次型化成标准型的方法，以及相应的矩阵合同、正定矩阵、对称方阵的性质和运用。了解多重线性代数的基本概念。