

中国科学院大学
2020 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题
科目名称：物理专业综合

考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

一、量子力学部分（共 60 分）

1、（30 分）考虑一维束缚态：

- (1) 证明 $\langle \psi(x,t) | \psi(x,t) \rangle$ 不随时间变化，此处波函数 ψ 不必是定态；
- (2) 证明对于定态，动量的期望值为零；
- (3) 证明如果粒子在 $t=0$ 时刻处于定态，则在以后时刻永远保持定态。

2、（30 分）考虑谐振子问题：

- (1) 一维谐振子的哈密顿量为 $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}k\hat{x}^2$ ，证明由不确定性关系得到的能量最小值与该谐振子的基态能量一致；
- (2) 若 (1) 中的基态波函数是高斯型 $e^{-\beta x^2}$ ，用变分法求 β ；
- (3) 利用升、降算符写出(1)中的第一激发态的波函数（不必归一）；
- (4) 对于三维各向同性谐振子，第一激发态是三重简并的。现有一微扰

$$\hat{H}' = b\hat{x}\hat{y} = \frac{\hbar b}{2m\omega} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ 写出该微扰引起的第一激发态的能级分裂。}$$

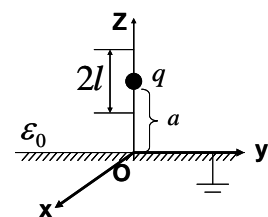
二、电动力学部分（共 60 分）

1、（30 分）如图，一电量为 q 的点电荷位于无限大接地理想导体平面上方，它沿 z 轴在平衡位置 $z_0 = a$ 处做简谐振荡，振幅为 l ，频率为 ω 且 $\frac{2\pi c}{\omega} \gg a$ 。

(1) 写出整个系统的电偶极矩、磁偶极矩、电四极矩随时间变化的表达式；

(2) 求在球坐标系中远处 ($r \gg a, z > 0$) 的电偶极、磁偶极、电四极辐射的电场和磁场；

(3) 写出导体面内远离原点的 \vec{r} 处的总电场和总磁场，



它们满足理想导体界面上的边值关系吗？

(提示：远离原点处的电偶极辐射磁场 $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^3 R} e^{ikR} \ddot{\vec{p}} \times \vec{n}$

$$\text{磁偶极辐射磁场 } \vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi c^2 R} e^{ikR} (\ddot{\vec{m}} \times \vec{n}) \times \vec{n}$$

$$\text{电四极辐射磁场 } \vec{B}(\vec{r}) = \frac{1}{24\pi\epsilon_0 c^4 R} e^{ikR} \ddot{\vec{D}} \times \vec{n}$$

$$\text{上式中 } R = |\vec{r}|, k = \frac{\omega}{c}, \vec{n} = \frac{\vec{r}}{R}$$

2、(30分) 静止质量为 $2m$ 和 $9m$ 的两质点分别以速率 $0.6c$ 和 $0.8c$ 沿直线相向运动 (c 为光速)，碰撞后结合成一复合质点，求：

- (1) 碰撞前两质点的能量和动量；
- (2) 碰撞后复合质点的静止质量和速度。

三、热力学与统计物理部分 (共 30 分)

1、(30分) 一个可逆的卡诺热机运行在两个温度分别为 T_1 和 T_2 的热源之间，其中 $T_2 > T_1$ 。假设低温热源热容极大，在热机运行过程中保持恒温 T_1 。高温热源由一定量的恒定体积的理想气体组成，其热容 C_V 为常数。当热机运行一段时间后，原高温热源的温度将从 T_2 降低到 T_1 。求该过程中：

- (1) 高温热源的熵变 ΔS ；
- (2) 热机所做的功；
- (3) 整个系统的熵变。