

中国科学院大学
2020 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题
科目名称：电动力学

考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
 2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。
-

一. 简答题（每题 10 分，共 40 分）。

1. 写出真空中无源的微分形式的麦克斯韦方程组，并由此导出电场强度 \vec{E} 和磁感应强度 \vec{B} 满足的波动方程。
2. 简述狭义相对论的基本假设。
3. 写出两种均匀、各向同性介质的交界面处的电场强度 \vec{E} 、磁场强度 \vec{H} 、电位移矢量 \vec{D} 、磁感应强度 \vec{B} 的边值关系。
4. 用千克、米、秒、安培表示出以下物理量的单位：电场强度，磁感应强度，电位移矢量，能量密度，能流密度。

二. 单项选择题（每题 5 分，共 40 分）。

1. 下列公式中，错误的是：

(A) $\vec{\nabla} \cdot (\vec{f} \times \vec{g}) = (\vec{\nabla} \times \vec{f}) \cdot \vec{g} - \vec{f} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{g})$;

(B) $\vec{f} \times (\vec{\nabla} \times \vec{f}) = \frac{1}{2} \vec{\nabla} f^2 - (\vec{f} \cdot \vec{\nabla}) \vec{f}$;

(C) $\vec{\nabla} \cdot (\vec{f} \times \vec{g}) = (\vec{\nabla} \times \vec{f}) \cdot \vec{g} + \vec{f} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{g})$;

(D) $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{f}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{f}) - \nabla^2 \vec{f}$.

2. 一半径为 r_1 、带电为 Q 的实心导体球被一个内外半径分别为 r_2 和 r_3 的中空导体球壳包围($r_3 > r_2 > r_1$)，并处于静电平衡，则导体球壳内部(r_2 和 r_3 之间)的电场为：

$$(A) \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r; \quad (B) 0; \quad (C) \vec{E} = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r; \quad (D) \vec{E} = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r.$$

3. 电容率分别为 ϵ_1 和 ϵ_2 的两无穷大均匀介质的交界面是一无穷大平面, 在其中一介质中离界面为 a 处有一自由点电荷 q 。若采用电像法求解两介质中的电势, 应该放置的像电荷数目为:

$$(A) 1 \text{ 个}; \quad (B) 2 \text{ 个}; \quad (C) 3 \text{ 个}; \quad (D) \text{无穷多个}.$$

4. 一均匀介质球磁化强度为 \vec{M} (常矢量)。若选磁场方向为 z 轴正方向 (即 $\vec{M} = M\vec{e}_z$), 则在标准的球坐标系 (r, θ, φ) 中磁化面电流分布为:

$$(A) M \cos \theta \vec{e}_\theta; \quad (B) M \sin \theta \vec{e}_\theta; \quad (C) M \cos \theta \vec{e}_\varphi; \quad (D) M \sin \theta \vec{e}_\varphi.$$

5. 已知某谐振腔本征角频率为 $\omega_{mnp} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{L_1}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_2}\right)^2 + \left(\frac{p}{L_3}\right)^2}$, 其中 (m, n, p) 为波模, 分别代表三边所含的半波数目。若 $L_1 \geq L_2 \geq L_3$, 则其最低频率的谐振波模为

$$(A) (1, 0, 0); \quad (B) (0, 0, 1); \quad (C) (1, 1, 0); \quad (D) (0, 1, 1).$$

6. 下面的物理量中, 哪一个不是洛伦兹不变量:

$$(A) B^2 - \frac{1}{c^2} E^2; \quad (B) B^2 + \frac{1}{c^2} E^2; \quad (C) \text{粒子电量 } Q; \quad (D) \frac{1}{c} \vec{B} \cdot \vec{E}.$$

7. 一静质量为 m_0 的相对论性粒子具有动能 $2m_0c^2$, 则它的运动速率为:

$$(A) v = \frac{2\sqrt{2}}{3} c; \quad (B) v = \frac{\sqrt{2}}{3} c; \quad (C) v = \sqrt{\frac{2}{3}} c; \quad (D) v = \frac{2}{3} c.$$

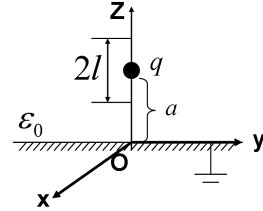
8. 点电荷发出电磁辐射的条件是:

$$(A) \text{任意方式运动}; \quad (B) \text{匀速直线运动}; \\ (C) \text{束缚在原子内部}; \quad (D) \text{加速运动}.$$

三. (共 20 分) 电偶极子 \vec{p} 置于一个点电荷 Q 的电场中, 它们相距 r , 求该电偶极子的势能及其所受的力和力矩。

四. (共 30 分) 如图, 一电量为 q 的点电荷位于无限大接地理想导体平面上方, 它沿 z 轴在平衡位置 $z_0 = a$ 处做简谐振荡, 振幅为 l , 频率为 ω 且 $\frac{2\pi c}{\omega} \gg a$.

1. 写出整个系统的电偶极矩、磁偶极矩、电四极矩随时间变化的表达式;
2. 求在球坐标系中远处 ($r \gg a, z > 0$) 的电偶极、磁偶极、电四极辐射的电场和磁场;
3. 写出导体面内远离原点 O 的 \vec{r} 处的总电场和总磁场, 它们满足理想导体界面上的边值关系吗?



(提示: 远离原点处的电偶极辐射磁场 $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^3 R} e^{ikR} \ddot{\vec{p}} \times \vec{n}$

$$\text{磁偶极辐射磁场 } \vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi c^2 R} e^{ikR} (\ddot{\vec{m}} \times \vec{n}) \times \vec{n}$$

$$\text{电四极辐射磁场 } \vec{B}(\vec{r}) = \frac{1}{24\pi\epsilon_0 c^4 R} e^{ikR} \ddot{\vec{D}} \times \vec{n}$$

$$\text{上式中 } R = |\vec{r}|, k = \frac{\omega}{c}, \vec{n} = \frac{\vec{r}}{R}$$

五. (共 20 分) 静止质量为 $2m$ 和 $9m$ 的两质点分别以速率 $0.6c$ 和 $0.8c$ 沿直线相向运动 (c 为光速), 碰撞后结合成一复合质点, 求:

1. 碰撞前两质点的能量和动量;
2. 碰撞后复合质点的静止质量和速度。