

华北水利水电大学

2022 年硕士研究生入学考试初试科目考试大纲

科目代码：933 科目名称：高等代数

考试形式和试卷结构

一、试卷分值及考试时间

考试时间 180 分钟（3 个小时），满分 150 分。

二、考试基本要求

本大纲适用于报考华北水利水电大学数学学术型硕士研究生入学考试。

《高等代数》是为数学一级学科各培养方向的硕士研究生而设置的具有选拔功能的水平考试。该科目包括多项式理论、线性代数的代数理论（行列式、线性方程组、矩阵、二次型）及线性代数的几何理论（线性空间、线性变换、欧氏空间）等部分内容，要求学生掌握各部分内容的概念和基本理论，具有一定的抽象思维、逻辑推理及运算能力。

三、试卷题型

主要题型包括：单选题（5 个，每题 3 分），填空题（5 个，每题 3 分），计算题（80 分），证明题（40 分），试卷满分为 150 分。

四、试卷内容及结构

1. 第一部分（多项式），约占 13%

- (1) 一元多项式的定义及运算、性质；
- (2) 多项式的带余除法，多项式整除的概念和性质；
- (3) 多项式的最大公因式的概念、性质、求法，多项式互素的概念和性质；
- (4) 不可约多项式的概念和性质，多项式的因式分解唯一性定理；
- (5) 多项式的重因式（重根）的概念，多项式有无重因式（重根）的判别方法；

- (6) 代数基本定理，复数域和实数域上多项式因式分解定理；

- (7) 有理系数多项式的有理根的求法，Eisenstein 判别法。

2. 第二部分（行列式、线性方程组、矩阵、二次型），约占 47%

- (1) 排列的相关概念，排列的奇偶性与对换的关系；
- (2) n 阶行列式的概念，元素的余子式、代数余子式等概念；
- (3) 行列式的性质和计算方法；

- (4) 克莱姆(Cramer)法则;
- (5) 初等行变换求解线性方程组;
- (6) n 维向量空间, 向量的线性组合与线性表示, 向量组线性相关、线性无关的概念、性质及判别;
- (7) 向量组的等价, 向量组的极大线性无关组和向量组的秩的定义与求法;
- (8) 矩阵的秩的概念, 矩阵的秩与其行(列)向量组的秩及其子式之间的关系, 求矩阵的秩的方法;
- (9) 齐次线性方程组有非零解(非齐次线性方程组有解)的充分必要条件;
- (10) 线性方程组解的性质和结构;
- (11) 齐次线性方程组的基础解系、通解及解空间的概念, 齐次线性方程组的基础解系和通解的求法。
- (12) 矩阵的基本运算及规律, 几种特殊矩阵;
- (13) 矩阵乘积的秩与行列式;
- (14) 逆矩阵的概念和性质, 伴随矩阵及其性质, 用伴随矩阵求逆;
- (15) 矩阵的初等变换与初等矩阵, 矩阵的等价; 用矩阵初等变换求矩阵的逆;
- (16) 分块矩阵的运算, 准对角矩阵;
- (17) 二次型及其矩阵表示, 二次型的秩、标准形、规范形; 矩阵的合同;
- (18) 化二次型为标准形的方法(配方法、正交变换法);
- (19) 复数域和实数域上二次型的规范形的唯一性, 惯性定理, 对称矩阵在复(实)数域上是否合同的判定。
- (20) 正定二次型、正定矩阵的概念及其判定条件;

3. 第三部分(线性空间、线性变换、欧氏空间)约占 40%

- (1) 线性空间的定义及性质, 线性组合、线性表示、线性相关、线性无关等概念;
- (2) 线性空间的基、维数、坐标的概念, 基变换与坐标变换;
- (3) 子空间的概念和判别方法, 向量组生成的子空间, 基扩张定理;
- (4) 子空间的交与和的定义及性质, 维数公式;
- (5) 子空间的直和概念以及和为直和的充要条件, 空间分解定理;

- (6) 线性空间同构的定义、性质，两个有限维空间同构的充要条件；
- (7) 线性变换的概念，运算及性质；
- (8) 线性变换的矩阵，相似矩阵的概念和性质；
- (9) 线性变换（矩阵）的特征值、特征向量；
- (10) 线性变换（矩阵）可对角化的充要条件；
- (11) 线性变换的值域、核、秩、零度的概念及求法；
- (12) 不变子空间的概念及性质，不变子空间与线性变换矩阵化简之间的关系；
- (13) 内积与欧氏空间的定义和性质，向量的长度、夹角、距离等概念；
- (14) 欧氏空间的度量矩阵，标准正交基的概念及求法；
- (15) 正交子空间与正交补，正交与直和的关系；
- (16) 正交矩阵的定义及性质，正交变换定义及其等价条件；
- (17) 对称变换与实对称矩阵，实对称矩阵的正交相似对角化。