

# 广西科技大学 2022 年硕士研究生招生考试

## 初试专业课试卷

考试科目代码：432

考试科目名称：统计学

考试时间：180 分钟

(本试题共 3 页)

注意：

1. 所有试题的答案均写在专用的答题纸上，写在试卷上一律无效。
2. 考试结束后试卷与答题纸一并交回。

### 一、简答题：(1—9 小题，每小题 5 分，共 45 分)

1. 两个事件相互独立与互不相容是否可以同时成立？请说明理由。
2. 若  $f(x,y)$  是连续型随机向量  $(X,Y)$  的联合密度函数，当  $f(x,y)$  满足什么条件时， $X$  与  $Y$  相互独立？若  $X$  与  $Y$  相互独立， $f_{X|Y}(x|y)$  为多少？
3. 什么是  $n$  重贝努利试验？ $X$  表示在  $n$  重贝努利试验中事件  $A$  发生的次数，问  $X$  服从何种分布，并给出其分布律？( $0 < P(A) = p < 1$ )
4. 为什么随机变量的数字特征需要同时用数学期望和方差来刻画？
5. 简述什么是“简单随机抽样”，这样抽样方法下得到的样本具有什么特征？
6. 设随机变量  $X \sim \chi^2(m), Y \sim \chi^2(n)$ ，则  $F = \frac{X}{Y}$  服从  $F$  分布  $F(m,n)$ ，请问这样描述正确吗？若不正确，请给出正确的描述。
7. 已知  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X \sim N(0, \sigma^2)$  的简单随机样本，记

$$Y = \frac{X_1 + X_2}{k \sqrt{\sum_{i=3}^n X_i^2}}$$

当  $k$  取何值时， $Y$  服从  $t$  分布？

8. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的简单随机样本. 已知方差  $\text{Var}(X) = \sigma^2$  存在，记

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2, \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2,$$

为什么常用  $S^2$  来估计总体方差  $\sigma^2$ ，而很少用  $\hat{\sigma}^2$ ？

9. 简述假设检验容易犯的两类错误？在进行显著性假设检验时通常控制哪类错误

的概率?

**二、计算题: (10—14 小题, 每小题 9 分, 共 45 分)**

10. 已知随机变量  $X$  的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \ln x, & 1 \leq x < e, \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$$

求: (1)  $Y = e^X$  的分布函数和密度函数;

(2) 概率  $P(Y < \frac{3}{2})$ .

11. 已知随机变量  $X$  在  $1 \sim 6$  中随机等可能取一个整数, 随机变量  $Y$  的取值规律为

$$Y = \begin{cases} 0, & X \text{ 取奇数,} \\ 1, & X \text{ 取偶数.} \end{cases}$$

求: (1)  $(X, Y)$  的分布律;

(2)  $X$  在  $Y = 1$  时的条件分布律.

12. 设  $(X, Y)$  为二维随机向量, 已知  $\text{Var}(X) = 25$ ,  $\text{Var}(Y) = 16$ , 协方差  $\text{cov}(X, Y) = -2$ .

求: (1)  $X$  与  $Y$  的相关系数;

(2) 方差  $\text{Var}(X - 2Y)$ .

13. 设甲口袋中有 3 只红球, 2 只白球, 乙口袋中有 3 只红球, 1 只白球, 假设这些球大小一样, 摸起来手感一样; 现在从甲袋中任取两只球放入乙袋, 再从乙袋任取 1 只球.

求: (1) 从乙袋取出的球是红球的概率;

(2) 若从乙袋取出的球是红球, 则从甲袋取出两个球都是红球的概率.

14. 设总体  $X$  服从指数分布  $E(\lambda)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的简单随机样本. 求参数  $\lambda$  的极大似然估计量.

**三、综合题: (15—18 小题, 每小题 15 分, 共 60 分)**

15. 设某地区电网电压正常情况下服从正态分布, 某日内测得 25 个电压数据, 得知均值  $\bar{x} = 110$  千伏, 样本标准差  $s = 2$  千伏, 以 95% 的置信度估计电压均值的范围.

$$(t_{0.025}(24) = 2.0639, t_{0.025}(25) = 2.0595, u_{0.025} = 1.96, u_{0.05} = 1.645)$$

16. 设两个相互独立总体  $X \sim N(\mu_1, \sigma^2)$ ,  $Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$ , 其中  $\sigma^2, \mu_1, \mu_2$  为未知参数,  $\bar{x}$  为总体  $X$  的容量为  $n_1$  的样本均值,  $s_1^2$  为其样本方差,  $\bar{y}$  为总体  $Y$  的容量为  $n_2$  的样本

均值,  $s_2^2$  为其样本方差, 在显著性水平  $\alpha$  下, 写出检验假设  $H_0: \mu_1 = \mu_2; H_1: \mu_1 \neq \mu_2$  的具体步骤.

17. 设两台机器生产的金属部件重量(单位: kg)分别服从  $N(\mu_1, \sigma_1^2), N(\mu_2, \sigma_2^2)$  分布, 其中参数  $\mu_i, \sigma_i^2 (i=1,2)$  未知. 现分别从两台机器所生产的部件中抽取容量分别为  $n_1 = 60, n_2 = 40$  的两个独立样本, 测得样本方差分别为  $s_1^2 = 15.46, s_2^2 = 9.66$ . 试在显著性水平  $\alpha=0.05$  下检验假设  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ .

(  $F_{0.025}(59,39) = 1.8157, F_{0.975}(59,39) = 0.57$ . )

18. 设随机变量  $X$  服从二项分布  $X \sim b(100, 0.2)$ , 根据中心极限定理, 用标准正态分布的分布函数  $\Phi(x)$  近似表示概率  $P\{40 < X < 60\}$ .