

2020 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学分析

第 1 页共 2 页

一、(每小题 5 分, 共 30 分) 计算下列各题

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{\cos x - 1}$ (5 分)。

2、已知 $e^{-xy} + 2z - e^z = 0$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ (5 分)。

3、求曲线 $\begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos 2t \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{4}$ 处的切线方程和法线方程 (5 分)。

4、已知 $z = f\left(\frac{x}{y}, xy\right)$ 可微, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ (5 分)。

5、 $\int_L (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} ds$, 其中 L 是以原点为圆心, 以 1 为半径的右半圆周 (5 分)。

6、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$ 的收敛半径和收敛域 (5 分)。

二、(10 分) 证明: 当 $0 < x < 1$ 时, 有 $x - \frac{1}{x} < 2 \ln x$ 。三、(15 分) 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(1) = 0$, 证明在 $(0, 1)$ 内至少存在一点 ξ , 使得 $f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$ 成立。四、(15 分) 证明反常积分 $\int_1^{+\infty} \sin x^2 dx$ 条件收敛。

五、(15 分) 设 $f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$, 求 $f_{xy}(0, 0), f_{yx}(0, 0)$ 。

六、(15 分) 求函数 $z = x^2 - xy + y^2$ 在 $D = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$ 上的最大值和最小值。七、(15 分) 计算 $\iint_D (x+y) \sin(x-y) dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x+y \leq \pi, 0 \leq x-y \leq \pi\}$ 。八、(15 分) 计算 $\oint_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$, 其中 L 为以 $(1, 0)$ 为圆心, 以 R 为半径的圆周 ($R \neq 1$), 方向取逆时针方向。

沈阳工业大学

2020 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学分析

第 2 页共 2 页

九、(10 分) 计算 $\oiint_S x^3 dydz + y^3 dzdx + z^3 dxdy$, 其中 S 是单位球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的外侧。

十、(10 分) 证明函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^x}$ 在 $[a, b]$ 上一致收敛 ($a > 1$)。