

科目代码	812	科目名称	高等代数		
层 次	硕士研究生	科目满分	150 分	考试时长	180 分钟
适用专业	〔070100〕数学				
总体要求	<p>《高等代数》考试大纲适用于报考西南科技大学数学学科各专业硕士研究生入学考试。高等代数是数学学科及相关专业的重要学科基础课之一。本课程考试旨在考查考生是否系统地理解高等代数的基本概念和基本理论，掌握高等代数的基本思想和方法。要求学生具有数学的抽象思维能力、逻辑推理能力和运算能力，能够综合运用所学的知识分析和解决高等代数的问题。</p>				
考核内容	<p style="text-align: center;"><b>一、行列式</b></p> <p>(一) 考试内容</p> <p><math>n</math> 级排列的概念、逆序数，奇排列、偶排列的概念，<math>n</math> 级行列式的概念、性质，矩阵的概念及其初等变换，行列式按一行（列）展开定理，代数余子式，范德蒙德行列式，克拉默（Cramer）法则。</p> <p>(二) 考试要求</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 掌握排列、逆序数、奇排列、偶排列的概念，熟悉对换的概念和性质。</li> <li>2. 深刻理解 <math>n</math> 级行列式的概念。会用定义确定行列式各项的符号及简单行列式的值。</li> <li>3. 熟练掌握行列式的性质，并利用行列式性质计算行列式。</li> <li>4. 熟练掌握将行列式化成三角形行列式计算其值的方法。</li> <li>5. 掌握子式、余子式的概念。熟练掌握行列式按行（列）展开的方法，并用其计算行列式时使用。掌握范德蒙行列式。</li> <li>6. 熟练应用克拉默法则。</li> </ol> <p style="text-align: center;"><b>二、线性方程组</b></p> <p>(一) 考试内容</p> <p><math>n</math> 维向量空间的概念和运算性质，线性相（无）关性的概念和性质，</p>				

矩阵的 $k$ 级子式, 矩阵的秩的概念、性质, 初等变换、同解方程组、阶梯形方程组、一般解、自由未知量、系数矩阵、增广矩阵、基础解系的概念, 线性方程组有解判别定理, 线性方程组解的结构定理。

#### (二) 考试要求

1. 熟悉初等变换、同解方程组、阶梯形方程组、一般解、自由未知量、系数矩阵、增广矩阵的概念。并能熟练地用消去法求解线性方程组。
2. 熟练掌握有关向量及向量空间的概念和向量运算。
3. 深刻理解线性组合、向量组等价、线性相关、线性无关、极大线性无关组、向量组的秩的概念。熟练掌握极大线性无关组的性质求法。
4. 熟练掌握矩阵行秩列秩的概念和关系, 矩阵的秩与行列式、子式的关系。
5. 熟练掌握线性方程组是否有解的判别定理的内容。
6. 掌握线性方程组解的性质, 熟练掌握基础解系的概念, 基础解系所含向量的个数与方程组系数矩阵秩的关系, 会求齐次线性方程组的基础解系、并用基础解系表出其全部解, 会求非齐次线性方程组的用导出组的基础解系表出的全部解。

### 三、矩阵

#### (一) 考试内容

矩阵的概念与运算, 矩阵乘积的行列式与秩, 伴随矩阵, 矩阵的逆的概念、性质, 矩阵退化和非退化的概念, 矩阵分块的概念和分块矩阵的运算, 初等矩阵及与矩阵的初等变换的关系, 分块乘法的初等变换。

#### (二) 考试要求

1. 掌握矩阵的概念, 熟练掌握矩阵的加法、数乘运算、转置、矩阵乘法运算及其性质。
2. 掌握矩阵退化和非退化的概念。熟练掌握矩阵乘积的行列式, 因子的秩与积的秩的关系。
3. 掌握逆矩阵、伴随矩阵的概念。熟练掌握伴随矩阵与逆矩阵间的关系和逆矩阵的性质。
4. 深刻理解矩阵分块的意义, 熟练掌握分块矩阵的运算性质和方法。

5. 深刻理解初等矩阵的概念和意义。
6. 深刻理解分块乘法的初等变换的意义。熟练掌握并会应用。

#### 四、线性空间与欧几里得空间

##### (一) 考试内容

线性空间的定义与简单性质，维数、基与坐标的概念和性质，基变换与坐标变换，线性子空间的概念和性质，子空间的交与和的概念及性质，子空间的直和的定义及判别准则，线性空间的同构，同构映射的概念和性质。欧几里得空间（含内积）的定义与基本性质，向量的长度、夹角、垂直的概念，欧几里得空间中基的度量矩阵，正交向量组、正交基、标准正交基的定义、基本性质，正交矩阵的定义和性质，正交子空间、正交补的概念。

##### (二) 考试要求

1. 深刻理解线性空间的定义，熟记线性空间的简单性质。
2. 深刻理解线性空间中向量的线性组合、线性表示、向量组的等价，线性相关、线性无关、维数、基与坐标的概念。掌握向量组构成基的条件。
3. 掌握基变换与坐标变换的概念。熟练掌握基变换与坐标变换运算。
4. 熟悉子空间、生成向量组的概念。深刻理解生成组等价与生成子空间的关系，子空间的基与整个空间的基的关系。
5. 掌握解子空间的交与和的概念，掌握维数定理。
6. 掌握直和的概念，深刻理解直和的充要条件。
7. 掌握欧氏空间，向量的长度，夹角，垂直。
8. 掌握标准正交基、正交矩阵的概念。深刻理解标准正交基的性质。熟练掌握施密特正交化方法及正交矩阵的等价刻画。
9. 深刻理解同构的概念和意义。熟练掌握同构的充要条件。
10. 掌握正交子空间、正交补的概念。熟练掌握正交子空间的性质。

#### 五、线性变换

##### (一) 考试内容

线性变换的定义、运算及其简单性质，线性变换的矩阵及其性质，矩阵的相似关系的定义及其性质，特征多项式、特征值与特征向量的定义、

性质，线性变换在某一组基下的矩阵为对角矩阵的条件（即矩阵相似于对角矩阵的条件），不变子空间的概念。

#### （二）考试要求

1. 掌握线性变换的概念；熟练掌握线性变换的运算及其性质。
2. 掌握线性变换与其矩阵的关系，熟练掌握线性变换及其运算的矩阵表示。同一个线性变换在不同基下矩阵之间的关系。
3. 掌握线性变换与矩阵的特征多项式、特征值、特征向量的概念，熟练掌握特征值、特征向量的求法。掌握相似矩阵特征多项式的关系。一般了解哈密尔顿-凯莱定理的条件和结论。
4. 深刻理解特征向量的性质和线性变换在某组基下为对角矩阵的充要条件。
5. 深刻理解实对称矩阵与正交矩阵的关系。能熟练地运用正交矩阵把实对称矩阵对角化。
6. 掌握不变子空间的概念，深刻理解线性矩阵的化简与不变子空间之间的关系。

## 六、线性空间上的函数

#### （一）考试内容

线性函数与（对称）双线性函数、线性替换、线性替换的退化、非退化，二次型及其矩阵、二次型标准形、矩阵合同的概念，实二次型的规范形、正负惯性指数，符号差的概念，复二次型的规范形，正定二次型、半正定二次型、负定二次型、半负定二次型和不定二次型的概念。

#### （二）考试要求

1. 掌握（双）线性函数的概念及其性质。
2. 掌握双线性函数的度量矩阵的概念和度量矩阵的性质以及矩阵合同的概念。
3. 掌握线性替换、线性替换的退化、非退化，二次型及其矩阵的概念。
4. 掌握二次型标准形的概念。熟练的掌握用配方法和合同变换法化二次型为标准形。
5. 深刻理解规范形的概念。掌握正、负惯性指数，符号差的概念。熟

熟练掌握将复二次型和实二次型化成规范形的方法。

6. 掌握正定二次型、半正定二次型、负定二次型、半负定二次型和不定二次型的概念。熟练掌握正定二次型判定法。

## 七、多项式

### (一) 考试内容

数域的概念，一元多项式的概念和运算性质，次数定理，整除的概念和常用性质，带余除法，最大公因式的概念和性质，不可约多项式的概念和性质，因式分解及唯一性定理，标准分解式的概念，重因式的概念、性质，多项式函数的概念、性质及根，代数基本定理，复系数与实系数多项式的因式分解定理，原多项式的概念、性质，Eisenstein 判别法。

### (二) 考试要求

1. 熟练掌握一元多项式整除的概念及性质。
2. 熟练掌握最大公因式的求法、性质及多项式互素的充要条件。
3. 熟悉因式分解定理的内容，了解标准分解式的概念。
4. 熟悉重因式的概念，熟练掌握  $k$  重因式的判定方法。
5. 熟悉有关多项式函数的概念、余数定理。
6. 熟练掌握代数基本定理，复系数多项式、实系数多项式因式分解定理的内容。
7. 掌握本原多项式的概念。熟练掌握有理系数多项式与整系数多项式因式分解的关系。熟练掌握整系数多项式有理根的性质和求法。熟练掌握 Eisenstein 判别法及应用。

## 八、多项式矩阵与若尔当典范形

### (一) 考试内容

$\lambda$ -矩阵的概念、标准形，不变因子、初等因子，矩阵相似的条件，若而当标准形理论推导，矩阵的极小多项式。

### (二) 考试要求

1. 理解  $\lambda$ -矩阵的有关概念，能把  $\lambda$ -矩阵化为标准形。
2. 理解行列式因子、不变因子、初等因子的概念，弄清它们之间的关

	<p>系。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. 掌握矩阵相似的判别条件。</li> <li>4. 会求行列式因子，不变因子，初等因子，若而当标准形。</li> <li>5. 掌握矩阵的极小多项式的概念及求法。</li> </ol>
<p><b>参考书目</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 陈志杰. 高等代数与解析几何（第二版）（上、下册）[M]. 高等教育出版社，2012.</li> <li>2. 北京大学数学系. 高等代数（第五版）[M]. 高等教育出版社，2019.</li> <li>3. 李志慧，李永明, 高等代数中的典型问题与方法（第二版）. 科学出版社，2020</li> </ol>