重庆三峡学院 2024 年全日制硕士学位研究生招生考试复试笔试科目考试大纲

科目名称	数学学科基础
试卷满分	100 分
考试时间	120 分钟
考试方式	闭卷

试卷内容结构

高等数学约 60%;高等代数约 40%.

试卷题型结构

填空题 5 小题，每小题 2 分，共 10 分;
计算题 9 小题，每小题 10 分，共 90 分.

考试目标

选拔合格的硕士研究生新生.

考试内容和要求

一、函数、极限、连续

考试内容：数列的极限、函数的极限、无穷小与无穷大、极限运算法则、极限存在准则、两个重要极限、无穷小的比较、函数的连续性与间断点、连续函数的运算与初等函数的连续性、闭区间上连续函数的性质.

考试要求：

1. 理解极限的概念、运算法则、明确连续性与间断点、理解闭区间上连续函数的性质.
2. 掌握两个重要极限、会无穷小的比较.
3. 会用等价无穷小代换法求极限.

二、导数与微分

考试内容：

导数概念、函数的求导法则、高阶导数、隐函数及由参数方程所确定的函数的导数、函数的微分.

考试要求：

1. 熟练掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则，熟练掌握基本初等函数的导数公式，会求分段函数及抽象函数的导数.
2. 了解高阶导数的概念，会求某些简单函数(幂函数、指数函数、正弦函数、余弦函数)

的 n 阶导数，理解求两个函数乘积的高阶导数的莱布尼茨公式.

3.会求隐函数和由参数方程确定的函数的一阶导数.

4.理解微分的概念，会求函数的微分，理解微分的四则运算法则，了解一阶微分形式不变性.

三、微分中值定理与导数的应用

考试内容：

微分中值定理、洛必达法则、泰勒公式、函数的单调性与曲线的凹凸性、函数的极值与最大值最小值、函数图形的描绘.

考试要求：

1.理解并会用罗尔定理、拉格朗日中值定理，了解柯西中值定理，能利用中值定理证明不等式和恒等式.

2.重点掌握用洛必达求极限有方法.

3.了解泰勒(Taylor)中值定理及麦克劳林公式.

4.掌握用导数判断函数的单调性和凹凸性的方法.

5.理解函数的极值概念，求函数极值的方法，掌握函数最大值和最小值的求法，能通过建立数学模型解决简单优化问题.

6.掌握水平渐近线及铅直渐近线的求法，了解斜渐近线的求法，了解函数图形的描绘步骤及方法.

四、不定积分、定积分及其应用

考试内容：

不定积分的概念与性质、换元积分法、分部积分法、有理函数的积分、定积分的概念与性质、微积分基本公式、定积分的换元法和分部积分法、反常积分、定积分的元素法、定积分在几何上的应用、定积分在物理学上的应用.

考试要求：

1.理解原函数和不定积分的概念.掌握不定积分的性质，掌握不定积分的基本公式.

2.掌握不定积分的第一换元积分法，了解第二换元积分法.

3.掌握不定积分的分部积分法.

4.会求有理函数的积分、了解三角函数有理式和简单无理函数的积分的方法.

5.理解定积分的概念及性质，了解对定积分进行估值的方法，能利用积分中值定理求函数的平均值.

6.理解变上限函数的概念，理解变上限函数求导公式，能正确计算定积分.

7.掌握定积分的换元积分法与分部积分法，能通过这两种方法计算定积分.

8.解用元素法建立定积分表达式的方法.

9.掌握平面图形的面积计算方法会求用平面曲线弧的弧长，会求平行截面面积为已知的立体体积、会求旋转体的体积.

五、微分方程

考试内容：

4.微分方程的基本概念、可分离变量的微分方程、齐次方程、一阶线性微分方程、可降阶的高阶微分方程、高阶线性微分方程、二阶常系数齐次线性微分方程、二阶常系数非齐次线性微分方程.

考试要求：

1.了解微分方程及其解、阶、通解，初始条件和特解等概念.

2.熟练掌握变量可分离的微分方程的解法.

3.能正确识别齐次方程并会解齐次方程.

4.熟练掌握一阶线性微分方程的解法.
5.会用降阶法解可降阶的三类微分方程.
6.理解线性微分方程解的性质及解的结构定理.
7.掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法，了解某些特殊的高于二阶的常系数齐次线性微分方程的解法.

六、多元函数微分学

考试内容：

多元函数的基本概念、偏导数、全微分、多元复合函数的求导法则、隐函数的求导公式、多元函数微分学的几何应用、方向导数与梯度、多元函数的极值及其求法.

考试要求：

5.理解多元函数的概念了解二元函数的极限与连续性等概念，了解有界闭区域上的连续函数的性质，理解二重极限与二次极限及其关系.
6.理解多元函数偏导数和全微分的概念，能计算偏导数，了解高阶偏导数的概念，了解两个二阶混合偏导数相等的条件.
7.理解并会求全微分，理解函数可微分、偏导数存在、偏导数连续及函数连续之间的关系.
8.掌握多元复合求全导数及偏导数的链式方法，了解全微分形式不变性.
9.会求一元隐函数的导数及二元隐函数的偏导数，了解由方程组确定的隐函数的偏导数的求法.
10.了解一元向量值函数，了解空间曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念，会求它们的方程.
11.理解方向导数与梯度的概念并掌握其计算方法，了解梯度的几何意义.
12.理解多元函数极值和条件极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件，了解二元函数极值存在的充分条件，会求二元函数的极值，会求条件极值，会求简单多元函数的最大值和最小值，并会解决一些简单的优化问题.

七、重积分

考试内容：

二重积分的概念与性质、二重积分的计算法、三重积分、重积分的应用

考试要求：

1.理解二重积分的概念，了解二重积分的性质，理解二重积分的中值定理.
2.掌握分别用直角坐标及极坐标计算二重积分的计算方法，会求空间几何体的体积.
3.理解三重积分的概念，理解三重积分的性质，掌握利用直角坐标、柱面坐标计算三重积分的方法.了解通过球面坐标计算三重积分的方法.
4.会用重积分求平面图形的面积、曲面的面积、空间几何体的体积.

八、曲线积分与曲面积分

考试内容：

对弧长的曲线积分、对坐标的曲线积分、格林公式及其应用、对面积的曲面积分、对坐标的曲面积分、高斯公式.

考试要求：

1.理解对弧长的曲线积分的概念，了解对弧长的曲线积分的性质.掌握对弧长的曲线积分的计算方法.会用对弧长的曲线积分计算曲线的弧长及曲线型构件的质量.
2.理解对坐标的曲线积分的概念，了解对坐标的曲线积分的性质.掌握计算对坐标的曲线积分的方法.了解两类曲线积分的关系.
3.熟练掌握格林公式，了解平面曲线积分与路径无关的条件.能用格林公式计算对坐标

的曲线积分，了解用曲线积分计算平面区域的面积的公式.

4. 了解对面积的曲面积分的概念、了解对面积的曲面积分的计算方法.

5. 了解对坐标的曲面积分的概念、掌握计算对坐标的曲面积分的方法. 了解两类曲面积分的关系.

6. 理解高斯公式，会用高斯公式计算对坐标的曲面积分.

九、无穷级数

考试内容：

常数项级数的概念和性质、常数项级数的审敛法、幂级数、函数展开成幂级数、函数的幂级数展开式的应用、傅里叶级数、一般周期函数的傅里叶级数.

考试要求：

1. 理解常数项级数的收敛、发散以及收敛级数的和的概念，掌握级数的基本性质，重点掌握级数收敛的必要条件,掌握等比级数收敛的条件.

2. 掌握正项级数收敛性的比较审敛法、比值审敛法、根值审敛法，掌握交错级数的莱布尼茨审敛法，了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念，理解绝对收敛与条件收敛的关系.

3. 了解函数项级数的收敛域及函数项级数的和函数的概念. 理解幂级数收敛半径及收敛域的概念，掌握幂级数的收敛半径及收敛域的求法，掌握幂级数的运算(和函数和连续性、逐项积分与逐项求导)，会求一些幂级数在收敛区间内的和函数，会求出某些常数项级数的和.

4. 了解函数能展开成泰勒级数的条件，理解用直接法将函数展开成泰勒级数的方法，掌握 $e^x, \sin x, \cos x$，$\ln(1+x)$ 和 $(1+a)^{\alpha}$ 的麦克劳林展开式，会在这些展开式的基础上借助间接法（代换法、逐项求导法、逐项积分法）将一些简单函数展开成幂级数.

十、行列式

考试内容：行列式、行列式按行（列）展开定理、克莱姆法则.

考试要求：

1. 掌握 n 阶行列式的概念.

2. 能正确地运用行列式的性质和计算行列式的技巧，较熟练地计算行列式.

3. 掌握行列式按行（列）展开定理，并能较熟练地应用.

4. 掌握克莱姆法则.

5. 了解拉普拉斯定理.

十一、线性方程组

考试内容：消元法、矩阵初等变换、解一般线性方程组、矩阵的概念、矩阵的秩、线性方程组有解判别定理、解的个数定理及其应用、齐次线性方程组有非零解的充要条件.

考试要求：

1. 理解消元法与矩阵初等变换的关系，能熟练地运用矩阵的初等变换解一般线性方程组.

2. 理解和掌握矩阵的概念，会熟练地用初等变换求矩阵的秩.

3. 掌握线性方程组有解的判别定理、解的个数定理及其应用.

4. 掌握 n 个方程 n 个未知量的齐次线性方程组有非零解的充要条件.

十二、矩阵

考试内容：矩阵的相关概念、运算及其性质、可逆矩阵的判定及其性质，逆矩阵的求法、初等变换、标准形.

考试要求：

1. 掌握矩阵的运算及其性质.

2. 掌握可逆矩阵的概念、可逆矩阵的判定及其性质，会用求逆公式，能用初等变换求逆矩阵.

3. 掌握矩阵乘积的行列式与秩的性质.

4. 掌握矩阵的初等变换与初等矩阵的关系，掌握矩阵的初等变换与矩阵乘法的关系.

5. 掌握矩阵的等价标准形的概念，能将任意 $m \times n$ 矩阵化为等价标准形，并能用式子正确地、完整地反映两者（一般矩阵与特殊的等价标准化）之间的关系.

6. 掌握分块矩阵的概念及其运算法则，并能应用.

十三、多项式

考试内容：一元多项式的概念、运算、多项式整除、整除与带余除法、最大公因式的概念、性质、求法以及多项式互素的概念和性质、不可约多项式的概念、多项式的因式分解定理、多项式的微商及重因式的概念、重因式的性质、多项式有无重因式的判别方法、多项式函数及多项式根的概念、复数域、实数域上多项式的因式分解定理、本原多项式的性质及其有理数域上因式分解定理、艾森斯坦因判别法，有理系数多项式的有理根.

考试要求：

1. 掌握数域 P 上一元多项式的概念、运算，以及多项式的和与积的次数.

2. 理解多项式整除的概念，掌握其性质，并能掌握整除与带余除法的关系.

3. 掌握最大公因式的概念、性质、求法以及多项式互素的概念和性质.

4. 理解不可约多项式的概念，了解多项式的因式分解定理.

5. 理解多项式的微商及重因式的概念，掌握重因式的性质，掌握多项式有无重因式的判别方法.

6. 掌握多项式函数及多项式根的概念，并了解多项式由形式观点向函数观点的转变.

7. 了解复数域、实数域上多项式的因式分解定理.

8. 掌握本原多项式的性质及其有理数域上因式分解定理.掌握艾森斯坦因判别法，会求有理系数多项式的有理根.

9. 了解多元多项式、对称多项式及字典排列法，了解对称多项式基本定理.

十四、二次型

考试内容：

二次型的标准形、复数域和实数域上二次型的规范形的唯一性、惯性定理、正定二次型、正定矩阵的性质及判定、半正定二次型和负定二次型的性质和判定.

考试要求：

1. 了解二次型的标准形，掌握二次型化为标准形的方法.

2. 掌握复数域和实数域上二次型的规范形的唯一性，掌握惯性定理.

3. 掌握正定二次型、正定矩阵的概念，掌握正定二次型、正定矩阵的性质及判定.

4. 了解半正定二次型和负定二次型的性质和判定.

十五、线性空间

考试内容：线性空间的概念及其简单性质、公理化的思想方法、线性空间的子空间的概念和判别、子空间的交与和的概念、向量组的线性相关性的概念及其性质、有限维线性空间的基和维数的概念及其求法、线性空间中向量的坐标、基变换及其坐标变换公式、过渡矩阵的概念、线性空间同构的意义、有限维空间同构的充要条件、齐次线性方程组、非齐次线性方程组解的结构，齐次线性方程组的基础解系.

考试要求：

1. 掌握线性空间的概念及其简单性质，初步了解公理化的思想方法.

2. 掌握线性空间的子空间的概念和判别方法，掌握子空间的交与和的概念.

3. 理解和掌握向量组的线性相关性的概念及其性质

4.掌握有限维线性空间的基和维数的概念及其求法，了解它在线性空间理论中所起的重要作用.

5.掌握线性空间中向量的坐标、基变换及其坐标变换公式、过渡矩阵的概念.

6.理解线性空间同构的意义,掌握其性质，并掌握有限维空间同构的充要条件.

7.掌握齐次线性方程组、非齐次线性方程组解的结构，能熟练地求出齐次线性方程组的基础解系.

十六、线性变换

考试内容：线性变换的概念、线性变换的运算及其性质、线性变换关于某个基的矩阵表示、线性变换与关于某个固定基的矩阵间的一一对应关系、矩阵的相似及特征根、特征向量的概念、矩阵对角化的条件及其方法、线性变换的值域、核、不变子空间的概念、若当标准形、最小多项式的概念.

考试要求：

1.理解线性变换的概念，掌握它的运算及其性质.

2.掌握线性变换关于某个基的矩阵表示，理解线性变换与关于某个固定基的矩阵间的一一对应关系.

3.理解矩阵的相似及特征根、特征向量的概念，能熟练地求出特征根、特征向量.掌握矩阵对角化的条件及其方法.

4.理解线性变换的值域、核、不变子空间的概念，并掌握其有关结论，且能应用.

5.理解若当标准形、了解最小多项式的概念.

十七、欧氏空间

考试内容：内积、欧氏空间、向量的长度、两向量夹角等、柯西——布涅柯夫斯基不等式、标准正交基的概念及其性质，标准正交基的作用，会求标准正交基、欧氏空间同构的概念，掌握欧氏空间同构的充要条件、掌握正交子空间的概念及其性质、正交变换与正交矩阵的概念、性质、它们间的关系、对称变换与对称矩阵的概念、性质，它们间的关系、用正交线性替换化实二次型为平方和.

考试要求：

1.掌握内积、欧氏空间、向量的长度、两向量夹角等概念，掌握柯西——布涅柯夫斯基不等式.

2.掌握标准正交基的概念及其性质，理解标准正交基的作用，会求标准正交基.

3.理解欧氏空间同构的概念，掌握欧氏空间同构的充要条件.

4.掌握正交子空间的概念及其性质.

5.理解和掌握正交变换与正交矩阵的概念、性质，理解它们间的关系.

6.理解和掌握对称变换与对称矩阵的概念、性质，理解它们间的关系

7.掌握用正交线性替换化实二次型为平方和.

参考书目

(1)同济大学数学系.高等数学[M].北京：高等教育出版社，2022.

(2)王帅.高等数学[M].同济大学出版社，2022.

(3)张禾瑞　郝炳新　编 高等代数[M]，高等教育出版社，2022.

(4)王萼芳，高等代数教程[M]，清华大学出版社王萼芳

备注